

ANALISI MATEMATICA II
Laurea in Ingegneria Informatica

Esame del 27 giugno 2019

Nome e Cognome _____ matricola _____

Firma _____

MOTIVARE TUTTE LE RISPOSTE

E 1 Data la funzione periodica di periodo π e definita nell'intervallo $[0, \pi)$ come

$$f(t) = \begin{cases} \sin t & 0 \leq t \leq \frac{\pi}{2} \\ 1 & \frac{\pi}{2} < t < \pi \end{cases}$$

- (i) Calcolare (precisando il risultato che si usa) la somma $S(t)$ della sua serie di Fourier per $t = \frac{4\pi}{3}$ e per $t = \pi$.
- (ii) Individuare un intervallo di convergenza uniforme della sua serie di Fourier .

E 2

- (i) Calcolare, usando la trasformata di Laplace, il segnale (dipendente dal parametro reale $k \neq 0$) che soddisfa il seguente problema

$$\begin{cases} y''(t) + k^2 y(t) = 0 \\ y(0) = y'(0) = 1 \end{cases}$$

- (ii) Provare che per ogni $k \neq 0$ la soluzione è limitata.

E 3 Scrivere lo sviluppo in serie di Laurent della funzione

$$f(z) = e^z + \frac{1}{1+z^3},$$

all'esterno di un cerchio di centro l'origine, precisando il raggio di tale cerchio .

D 1

- (i) Provare il teorema di passaggio al limite sotto al segno di integrale per successioni di funzioni reali.
- (ii) Utilizzando il precedente risultato, calcolare, motivando i passaggi, il seguente limite

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \left[\left(\frac{\operatorname{sen} x}{x} \right)^n - \sqrt[n]{x} \right] dx$$

D2

- (i) Enunciare il principio di identità delle funzioni analitiche.
- (ii) Usando il punto (i) provare l'identità

$$\operatorname{sen}(z + \pi) = -\operatorname{sen} z \quad \forall z \in \mathbb{C}.$$