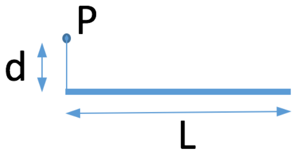
1) Una carica elettrica è distribuita in una regione cilindrica di altezza infinita e raggio R con densità di volume $\rho(r)= k/r$ con r distanza dall'asse. Determinare l'intensità del campo elettrico in tutti i punti dello spazio

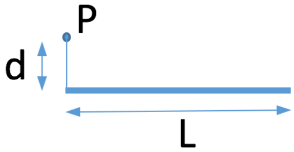
2) Una corrente elettrica scorre in una regione cilindrica di lunghezza infinita e raggio R con densità di corrente parallela all'asse del cilindro $J = k/r$ (r distanza dall'asse). Determinare l'intensità del campo magnetico in tutti i punti dello spazio

3) Una carica Q = +10 nC è uniformemente distribuita su una bacchetta lunga L = 4 cm disposta lungo l'asse X. Determinare la componente X del campo elettrico nel punto P distante d = 3 cm da una estremità della bacchetta



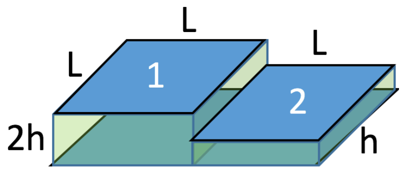
{potrebbero essere utili $\int \frac{1}{(a+x^2)^{3/2}}dx = \frac{1}{a}\frac{x}{\sqrt{(a+x^2)}} + c$ e/o $\int \frac{x}{(a+x^2)^{3/2}}dx = -\frac{1}{\sqrt{(a+x^2)}} + c$}

4) Un tratto rettilineo di filo conduttore di lunghezza L = 10 cm disposto lungo l'asse X è percorso da una corrente di intensità I = 10 mA che scorre verso destra. Determinare direzione, verso e l'intensità del campo magnetico generato nel punto P distante d = 2 cm dall'estremità sinistra del filo

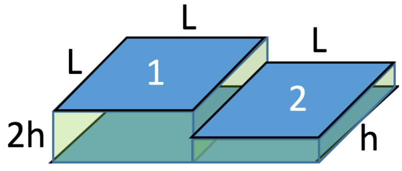


{essere utili $\int \frac{1}{(a+x^2)^{3/2}}dx = \frac{1}{a}\frac{x}{\sqrt{(a+x^2)}} + c$ e/o $\int \frac{x}{(a+x^2)^{3/2}}dx = -\frac{1}{\sqrt{(a+x^2)}} + c$}

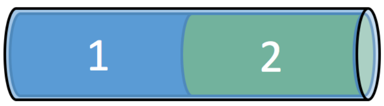
5) Nella struttura di condensatori riportata in figura le armature superiori sono due quadrati di lato L = 10 cm, le distanze fra le coppie di armature sono h = 2 mm e 2h e la costante dielettrica relativa dell'isolante è $\varepsilon_r = 2$.
Le armature 1 e 2 sono collegate elettricamente al polo negativo di una batteria da f = 10 V; quella inferiore al polo positivo.
Determinare la carica di polarizzazione in corrispondenza dell'armatura a potenziale maggiore.



6) Nella struttura di condensatori riportata in figura le armature superiori sono due quadrati di lato L = 10 cm, le distanze fra le coppie di armature sono h = 2 mm e 2h e la costante dielettrica relativa dell'isolante è $\varepsilon_r = 2$.
Il sistema, complessivamente neutro, è isolato mentre le armature 1 e 2 sono collegate elettricamente fra loro. Determinare l'energia elettrostatica accumulata nel sistema di condensatori sapendo che sull'armatura inferiore è presente una carica Q = - 10 nC.

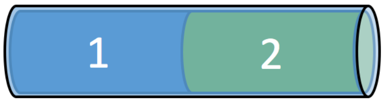


7) Il volume interno di un solenoide costituito da n = 2000 spire/m di raggio R = 1 cm e lunghezza L = 20 cm è riempito completamente da due cilindri di lunghezza L/2 costituiti da materiali omogenei di suscettività magnetiche $\chi_1 = +10^{-5}$ e $\chi_2 = -10^{-5}$. Nell'avvolgimento scorre una corrente elettrica di intensità costante per cui il campo magnetico è orientato da 1 verso 2. Determinare, trascurando gli effetti di bordo anche nella zona di contatto fra i due materiali:



a) il rapporto fra le correnti di magnetizzazione dei due materiali
b) il loro verso.

8) Il volume interno di un solenoide costituito da $n = 2000$ spire/m di sezine $S = 1\ cm^2$ e lunghezza $L = 20$ cm è riempito completamente da due cilindri di lunghezza $L/2$ costituiti da materiali omogenei di suscettività magnetiche $\chi_1 = +10^{-5}$ e $\chi_2 = -\chi_1$. Determinare la differenza tra l'energia accumulata in 1 e in 2 quando nell'avvolgimento scorre una corrente elettrica di intensità costante $I = 100$ mA.

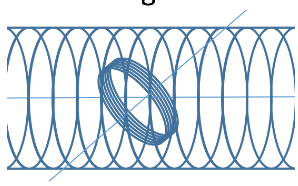


9) Nel campo generato da un lungo solenoide costituito da $n = 2000$ spire/m di raggio $R = 10$ cm è contenuta una bobina <u>sottile</u> costituita da $N = 100$ spire di raggio $R/2$. Nei due avvolgimenti scorre la stessa intensità di corrente $I = 0{,}1$ A.

Gli assi dei due avvolgimenti formano un angolo che può essere variato opportunamente in modo da:

1) massimizzare l'energia magnetica → determinarne il valore e l'angolo corrispondente;

2) massimizzare il momento meccanico → determinarne il valore e l'angolo corrispondente.

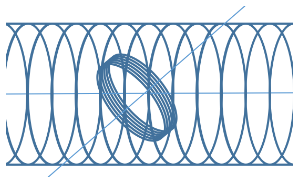


10) Un solenoide lungo $L = 2$ m viene realizzato con $D = 1$ km di filo di rame ($\rho = 2 \times 10^{-8}\ \Omega$m) di sezione $s = 0{,}1\ mm^2$ avvolte per formare spire equidistanti di raggio $a = 2$ cm. Il solenoide viene alimentato connettendolo a un generatore di tensione continua $f = 10$ V.

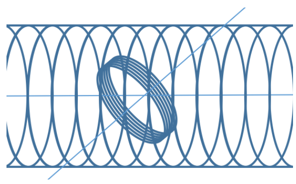
Determinare il valore del campo magnetico al centro del solenoide

11) Al centro di un lungo solenoide costituito da $n = 5000$ spire/m di raggio $R = 4$ cm è contenuta una bobina sottile costituita da $N = 100$ spire di raggio $R/2$. Il solenoide è atttraversato da una corrente $I = 5$A.

Determinare la frequenza con la quale deve ruotare la bobina affinché in essa venga indotta una f.e.m. di valore efficace $f_{eff} = 2$ V (inizialmente l'asse della bobina coincide con quello del solenoide).



12) Al centro di un lungo solenoide costituito da $n = 5000$ spire/m di raggio $a = 2$ cm è contenuta una bobina sottile costituita da $N = 20$ spire di raggio $a/2$ e resistenza complessiva $R = 10\ \Omega$. Gli assi dei due avvolgimenti formano un angolo di 45°; il solenoide è attrversato da una corrente costante $I = 0{,}25$ A.



Determinare la carica che, a cusa della f.e.m. indotta, scorre nella bobina se il suo asse ruota di 180° (cioè se la sua normale si ribalta).

13) Un'onda elettromagnetica <u>piana</u>, di frequenza 10 MHz e intensità 50 mW/m^2, polarizzata con il campo elettrico lungo l'asse Y, viaggia lungo l'asse Z. Dopo aver percorso la distanza $D = 1$ km incontra un'antenna costituita da una sottile sbarretta conduttrice lunga $L = 10$ cm posta lungo l'asse Y. Determinare il valore della massima differenza di potenziale che si stabilisce fra le sue estremità.

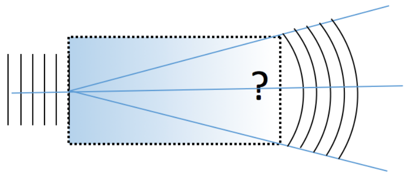
14) Un'onda elettromagnetica piana, di frequenza <u>30 GHz</u> e intensità 50 W/m^2, polarizzata col campo elettrico lungo l'asse Y, viaggia lungo l'asse Z. Viaggiando nel vuoto incontra una bobina costituita da N=20 spire quadrate di lato <u>L = 1 cm</u> disposte nel piano YZ con i lati paralleli ai due assi. Determinare il valore della massima forza elettromotrice che viene indotta nella bobina.

15) Una recente normativa sulle emissioni elettromagnetiche con frequenze tra 6 GHz e 300 GHz ha fissato a 50 W/m^2 l'intensità massima al di sopra della quale scatta l'obbligo di intervento. Determinare:

a) a quali valori efficaci di campo elettrico e magnetico nel vuoto corrisponde il limite della normativa per onde sinusoidali

b) stabilire la distanza di sicurezza da un radar aeroportuale (1 MW @ 10 GHz) nell'ipotesi semplificativa che emetta in modo isotropo.

16) Un'onda luminosa piana incide perpendicolarmente su una faccia di un cilindro di vetro ($n = 1{,}5$) lungo $L = 10$ cm e di raggio $a = 3$ cm. Come va scavata l'altra faccia del cilindro affinché dall'esterno il centro della faccia di ingresso possa essere considerato una sorgente puntiforme?



1) r<R: $2\pi r\, h\, E = 1/\varepsilon_0 \int_0^r \frac{k}{r} h\, 2\pi r\, dr = k\, 2\pi h\, r/\varepsilon_0 \rightarrow E = k/\varepsilon_0$

r>R: $2\pi r\, h\, E = 1/\varepsilon_0 \int_0^R \frac{k}{r} h\, 2\pi r\, dr = k\, 2\pi h\, R/\varepsilon_0 \rightarrow E = kR/(r\varepsilon_0)$

2) r<R: $2\pi r\, B = \mu_0 \int_0^r \frac{k}{r}\, 2\pi r\, dr = \mu_0 k\, 2\pi r \rightarrow B = \mu_0 k$

r>R: $2\pi r\, B = \mu_0 \int_0^R \frac{k}{r}\, 2\pi r\, dr = \mu_0 k\, 2\pi R \rightarrow B = \mu_0 kR/r$

3) $dEx = 1/(4\pi\varepsilon_0)\, Q/L\, x/[(d^2+x^2)^{3/2}]\, dx \rightarrow Ex = 1/(4\pi\varepsilon_0)\, Q/L\, [1/d - 1/(d^2+L^2)^{1/2}] = 30$ kV/m

4) $dBz = (\mu_0/4\pi)\, I\, d/[(d^2+x^2)^{3/2}]\, dx \rightarrow Bz = (\mu_0/4\pi)\, I/d\, [L/(d^2+L^2)^{1/2}] = 50$ nT

5) $Q_P = - P_1 S - P_2 S = -(\varepsilon_0 \chi f/2h\, S + \varepsilon_0 \chi f/h\, S) = - 3/2\, \varepsilon_0 \chi f/h\, L^2 = - 0{,}67$ nC

6) $U = ½\, Q^2/Cp = ½\, Q^2/(\varepsilon L^2/h + \varepsilon L^2/2h) = ½\, Q^2/(3/2\, \varepsilon L^2/h) = 37\ \mu J$

7) $\mathbf{J}_{m,1} = \mathbf{M}_1 \times \mathbf{n} \rightarrow J_{m,1} = \chi_1 H = \chi_1 n I$ verso orario; $J_{m,2} = \mathbf{M}_2 \times \mathbf{n} \rightarrow J_{m,2} = \chi_2 H = \chi_2 n I$ verso antiorario $\rightarrow r = -1$

8) $\Delta U = \Delta(½BH\tau) = ½\, \mu_1 (nI)^2\, \tau/2 - ½\, \mu_2 (nI)^2\, \tau/2 = ½\, \mu_0 (nI)^2\, SL/2\, 2\chi_1 = 1{,}6\, \pi$ pJ
in alternativa $\Delta U = ½\, (L_1-L_2)\, I^2$ con $L_i = \mu_i n^2 L/2\, S$

9) $U = - \mathbf{m}\, \mathbf{B} = I\, N\pi(R/2)^2 \mu_0\, n\, I = 2\pi^2\ \mu J$; assi paralleli con versi delle correnti opposti
$|\mathbf{M}| = |\mathbf{m} \times \mathbf{B}| = 2\pi^2\ \mu Nm$; assi perpendicolari

10) $n = D/(2\pi a)\, 1/L = 3979$ spire/m; $R = \rho\, D/s = 200\ \Omega$; $I = f/R = 50$ mA; $B = \mu_0 n I = \mu_0 D/(2\pi aL)\, f/(\rho D/s) = 0{,}25$ mT indipendente da D

11) $f(t) = \omega BS \sin\omega t$; $f_{eff} = \omega BS/\sqrt{2} = 2\pi\nu\, \mu_0 nI\, N\pi(R/2)^2/\sqrt{2} \rightarrow \nu = f_{eff}\sqrt{2}/(2\pi\, \mu_0 nI\, N\pi(R/2)^2) = 114$ Hz

12) $Q = \mu_0\, n\, I\, N\pi(a/2)^2\, 2 \cos\theta/R = \pi^2\sqrt{2}\, 10^{-7}$ C $= 1{,}4\ \mu C$

13) $I = E_0^2/(2Z_0)$; $\Delta V_{MAX} = E_0 L = (2\, I\, Z_0)^{½} L = 0{,}61$ V; essendo piana I non varia con D

14) $I = E_0^2/(2Z_0) = (B_0 c)^2/(2Z_0) \rightarrow B_0 = (2\, I\, Z_0)^{½}/c = 0{,}65\ \mu T$;
$(dB/dt)_{MAX} = \omega B_0 = 0{,}12$ MT/s; $S = N L^2 = 20\ cm^2$
ma $\lambda = c/\nu = 1$ cm $= L \rightarrow \Phi(B) = 0 \rightarrow$ f.e.m. = 0 (e non 240 V)

15) $I_{MAX} = E_{eff}^2/Z_0 \rightarrow E_{eff} = (I_{MAX} Z_0)^{½} = 137$ V/m; $B = E/c = 0{,}46\ \mu T$; $P/(4\pi r_{min}^2) = I_{MAX} \rightarrow r_{min} = 39$ m

16) Occorre realizzare una lente divergente di focale -10 cm $\rightarrow 1/f = 0{,}5\, (-1/R) \rightarrow R = +5$ cm. Il centro della faccia di uscita andrà scavato per $s = R - (R^2-a^2)^{1/2} = 1$ cm
** data la particolare geometria del sistema, il diottro si comporta come una lente sottile in aria