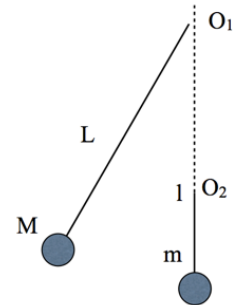




Risolvere gli esercizi seguenti formulando la loro soluzione prima analiticamente e poi numericamente

1. Un primo corpo (1) assimilabile ad un punto materiale viene lanciato verticalmente dal suolo verso l'alto con una velocità iniziale $v_{01} = 8.2$ m/s; simultaneamente un secondo corpo (2) anch'esso assimilabile ad un punto materiale viene lasciato cadere da un'altezza $H = 6.0$ m verso il corpo 1. Determinare:
- in quale istante e a che altezza i due corpi si urtano;
 - se al momento dell'urto il corpo 1 abbia raggiunto la massima altezza potenziale della sua traiettoria;
 - come cambia la risposta alla domanda a) se il corpo 2 viene lanciato verso il basso con una $v_{02} = 1.4$ m/s.

2. Un pendolo semplice è costituito da una massa $M = 2$ kg appesa nel punto O_1 a un filo di massa trascurabile e lunghezza $L = 50$ cm. Il pendolo viene spostato di un angolo $\vartheta = 30^\circ$ rispetto alla direzione verticale e poi lasciato libero. Un secondo pendolo, costituito da una massa $m = 1$ kg appesa nel punto O_2 ad un filo di massa trascurabile e lunghezza $l = 20$ cm; il punto O_2 si trova sulla verticale passante per O_1 e ad una distanza $L-l$ dal punto O_1 . Nel punto inferiore dell'oscillazione la massa M compie un urto anelastico, fermandosi, con la massa m inizialmente ferma. In tale urto viene dissipata energia in misura pari alla metà dell'energia cinetica che M possiede subito prima dell'urto. Determinare:



- l'impulso fornito dal primo pendolo al secondo;
- l'angolo massimo raggiunto dal secondo pendolo dopo l'urto;
- la tensione T del filo del secondo pendolo quando l'angolo è massimo.

3. Una sbarretta omogenea di sezione s e lunghezza $L=1$ m è incernierata ad un estremo sul fondo di una piscina piena d'acqua (da considerare fluido ideale) di profondità maggiore di L . La sbarretta è fatta di un materiale di densità pari a metà di quella dell'acqua. Se la sbarretta viene spostata dalla posizione di equilibrio di un angolo θ piccolo, determinarne il periodo delle piccole oscillazioni.
4. Una mole di gas ideale compie un ciclo reversibile formato da una espansione adiabatica da $T_A = 600$ K a $T_B = 300$ K, una compressione isoterma fino al volume finale V_A ed una trasformazione isocora che ne riporta la temperatura al valore iniziale T_A . Si calcoli il rendimento del ciclo.
5. Due moli di un gas ideale monoatomico sono contenute in un recipiente adiabatico alla pressione $p_0 = 202$ kPa, collegato mediante una valvola ad un cilindro adiabatico vuoto di volume iniziale nullo munito di pistone che può scorrere in presenza di attrito, di massa trascurabile, soggetto ad una pressione esterna $p_e = 101$ kPa. Inizialmente la valvola è chiusa ed il gas si trova in equilibrio alla temperatura $T_1 = 300$ K. La valvola viene aperta lentamente e il gas fluisce nel cilindro, fino a che si raggiunge una condizione di equilibrio. Determinare:
- la temperatura finale del gas;
 - la variazione di entropia del gas in seguito a questa trasformazione.

Sezione TEORIA

Rispondere facoltativamente, con essenzialità e correttezza, alle seguenti domande.

- T1.** Dimostrare che il lavoro delle forze non conservative è pari all'energia meccanica dissipata.
- T2.** Dimostrare che il rendimento di una macchina termica reversibile che lavori tra due sole temperature T_1 e T_2 è maggiore di quello di una qualsiasi altra macchina irreversibile che lavori con le stesse sole due sorgenti.



E1) Definendo come t e h l'istante e l'altezza dell'urto si ha che

$$a) \quad t = \frac{H}{v_{01}} = 0.73 \text{ s} \quad h = H - \frac{gH^2}{2v_{01}^2} = 3.4 \text{ m}$$

$$b) \quad t_{\max} = \frac{v_0}{g} = 0.84 \text{ s} \quad \text{l'urto avviene prima del raggiungimento della quota massima possibile}$$

$$c) \quad t = \frac{H}{v_{01} + v_{02}} = 0.63 \text{ s} \quad h = \frac{v_{01}}{v_{01} + v_{02}} H - \frac{gH^2}{2(v_{01} + v_{02})^2} = 3.21 \text{ m}$$

E2) Applicando la conservazione dell'energia si può calcolare l'energia cinetica K_M della massa M appena prima dell'urto: $K_M = 1.32 \text{ J}$ e $v = 1.15 \text{ m/s}$. Dopo l'urto $K_m = K_M / 2 = 0.66 \text{ J}$. Il modulo dell'impulso si calcola come: $J = \Delta q = mv = 1.15 \text{ kg m/s}$. Si ottiene l'angolo massimo da: $E_{kin}(m)/mgl = (1 - \cos\alpha)$ e dunque $\alpha = 0.85 \text{ rad} = 48.4^\circ$. A tale angolo la tensione si ricava da $T - P \cos\alpha = m\omega^2 l$ ed essendo $\omega = 0$ si ha $T = 6.5 \text{ N}$

E3) Nella posizione di equilibrio la sbarretta è in posizione verticale. Essendo interamente immersa, la spinta di Archimede e il peso sono applicati nel centro di massa. La seconda equazione cardinale $M = I_O \ddot{\theta}$ rispetto all'estremo incernierato della sbarretta si scrive $\frac{L}{2} sL(\rho_{H2O} - \rho_{sbarretta})g\theta = -\frac{1}{3} sL\rho_{sbarretta}L^2 \ddot{\theta}$ avendo approssimato il seno dell'angolo con l'angolo. L'equazione è quella del moto armonico con $\omega_0 = \sqrt{\frac{3g}{2L} \left(\frac{\rho_{H2O}}{\rho_{sbarretta}} - 1 \right)}$. Il periodo delle piccole oscillazioni è quindi $T_0 = 2\pi / \sqrt{\frac{3g}{2L} \left(\frac{\rho_{H2O}}{\rho_{sbarretta}} - 1 \right)} = 1.64 \text{ s}$

E4) Per la trasformazione adiabatica $T_A V_A^{\gamma-1} = T_B V_B^{\gamma-1}$

Per la trasformazione isoterma $Q_c = -RT_B \ln \frac{V_B}{V_A} = -\frac{RT_B}{\gamma-1} \ln \frac{T_A}{T_B}$

Per la trasformazione isocora $Q_a = c_v (T_A - T_B)$

Il rendimento è dato da $\eta = 1 + \frac{Q_c}{Q_a} = 1 - \frac{T_B}{T_A - T_B} \ln \frac{T_A}{T_B} = 0.307$

E5) Il sistema compie una trasformazione adiabatica irreversibile. Secondo il primo principio della termodinamica abbiamo $Q = \Delta U + L = 0$ (adiabatica). $\Delta U = nc_v \Delta T$ mentre L_g si può stimare come il lavoro compiuto dall'ambiente (a pressione costante) cambiato di segno $= -L_e = -p_e \Delta V$. Dall'eq.ne di stato dei gas ideali si ottiene la relazione $nc_v \Delta T = (p_e/p_0 T_1 - T_2) nR$ da cui è possibile ricavare $T_2 = 240$ K. (b) La variazione di entropia del gas si calcola tramite $\Delta S = nc_v \ln (T_2/T_1) + nR \ln V_2/V_1 = 2.27$ J/K