



Risolvere gli esercizi seguenti formulando la loro soluzione prima analiticamente e poi numericamente

1. Un punto materiale si muove, partendo da fermo, lungo una traiettoria circolare (raggio $R = 100$ m) con accelerazione tangenziale costante. All'istante $t_1 = 10$ s l'accelerazione del punto forma un angolo di 60° rispetto alla direzione tangente alla traiettoria. Calcolare: **a)** l'intensità dell'accelerazione tangenziale; **b)** il valore dell'accelerazione normale; **c)** il valore dell'accelerazione all'istante t_1 .
2. Un disco di massa $M = 1$ kg e raggio $R = 50$ cm è fissato ad una parete verticale mediante un piolo posto nel suo centro C; all'estremità è saldato un corpo puntiforme di massa $m = M/2$. Il sistema può ruotare senza attrito intorno al piolo. Calcolare **a)** la posizione del centro di massa del sistema, **b)** il momento di inerzia I_c rispetto al centro del disco, **c)** il modulo della quantità di moto e l'energia cinetica del sistema quando la velocità angolare del disco vale, in modulo, $\omega = 2.5$ rad/s.
3. Una sfera omogenea, di volume $V = 25$ dm³ e densità ρ è trattenuta, completamente immersa nell'acqua di una piscina da una molla ideale, ancorata al fondo, di costante elastica $k = 2000$ N/m. La molla è allungata di $\Delta x = 10$ cm rispetto alla lunghezza di equilibrio. A causa della rottura della funicella, la sfera emerge raggiungendo una nuova posizione di equilibrio. Determinare la frazione di sfera immersa.
4. Un recipiente adiabatico rigido e a tenuta è diviso in due parti uguali da un setto isolante. Una parte contiene gas perfetto a temperatura e pressioni iniziali $T_1 = 300$ K e $p_1 = 10^5$ Pa. Nella seconda parte è contenuta una quantità dello stesso gas perfetto a $T_2 = 500$ K e $p_2 = 3 \cdot 10^5$ Pa. Il setto viene rimosso rapidamente e i due gas si mescolano. Si trovi la temperatura e la pressione del gas nello stato finale.
5. In un recipiente diatermico è presente una massa M di acqua in equilibrio con l'ambiente ($T_{amb} = 27^\circ$ C). Una massa $m = 200$ g di ghiaccio, inizialmente alla temperatura $T_{gh} = -10^\circ$ C, viene immersa nell'acqua e, dopo un certo periodo di tempo, il sistema torna in equilibrio con l'ambiente. Calcolare: **a)** il calore scambiato tra il sistema e l'ambiente esterno; **b)** la variazione di entropia del sistema; **c)** la variazione di entropia dell'ambiente. (Si consideri il calore specifico del ghiaccio pari alla metà di quello dell'acqua).

Sezione TEORIA

Rispondere facoltativamente, con essenzialità e correttezza, alle seguenti domande.

- T1. Sia I_{CM} il momento di inerzia di un corpo rigido di massa m rispetto ad un asse di rotazione che passa per il centro di massa del corpo. Dimostrare che il momento di inerzia relativo ad un altro generico asse di rotazione, parallelo a quello usato per il calcolo di I_{CM} e da esso distante d , è pari ad $I = I_{CM} + md^2$.
- T2. Dimostrare che l'Entropia di un sistema isolato non può diminuire.



SAPIENZA Università di Roma
Corso di Laurea in Ingegneria Meccanica



Corso di Fisica I
Prof. Marco Rossi, Daniele Passeri e Alessio Sarti

SOLUZIONI della prova di esame del 10 marzo 2023
APPELLO straordinario – a.a. 2022-23

E1. L'angolo formato tra il vettore accelerazione e la direzione tangente alla traiettoria è dato da:

$$\operatorname{ctg}(\theta) = \frac{a_t}{a_n} = \frac{a_t \cdot R}{v^2} = \frac{R}{a_t \cdot t^2}$$

da cui si ottiene:

$$a_t = \sqrt{3} \text{ m/s}^2, a_n = \frac{(a_t \cdot t_1)^2}{R} = 3 \text{ m/s}^2 \Rightarrow a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2} = 2\sqrt{3} \text{ m/s}^2$$

E2. Il centro di massa del sistema si trova lungo la congiungente tra il centro del disco e la massa puntiforme ad una distanza d dal centro del disco: $d = mR/(m+M) = R/3 = 16.7 \text{ cm}$. Il momento di inerzia sarà pari a $I_c = I_{\text{disco}} + mR^2 = MR^2/2 + mR^2 = (m+M/2)R^2 = 0.25 \text{ kg m}^2$. Il modulo della quantità di moto è pari ad $p_{CM} = M v_{CM} = M \omega d = 1.9 \text{ kg m/s}$. L'energia cinetica del sistema è pari a $1/2 I_c \omega^2 = 0.78 \text{ J}$.

E3. Inizialmente si ha $k \Delta x = \rho_a V g - \rho V g$ da cui si ricava la densità della sfera

$\rho = \rho_a - \frac{k \Delta x}{V g} = 184 \text{ kg/m}^3$. Dopo la rottura si ha che $\rho_a V_i g = \rho V g$ da cui la frazione di volume immerso è $V_i/V = \rho/\rho_a = 0.184$.

E4. Il sistema è isolato, e la trasformazione si compie a $V = \text{costante}$, quindi la temperatura finale si ricava imponendo che i due gas abbiano eguale variazione di energia interna: $\Delta U_1 + \Delta U_2 = 0$, da cui $n_1 c_V (T_f - T_1) + n_2 c_V (T_f - T_2) = 0$. Calcolando $n_1 = p_1 V_1 / RT_1$ ed $n_2 = p_2 V_2 / RT_2$ si ricava $T_f = (n_1 T_1 + n_2 T_2) / (n_1 + n_2)$. Imponendo $V_1 = V_2$ si ottiene $n_2 = (p_2 / RT_2) * n_1 * RT_1 / p_1$ e dunque $n_2 = n_1 (p_2 / p_1) * (T_1 / T_2)$. Sostituendo si ricava $T_f = [T_1 + T_2 (p_2 / p_1) (T_1 / T_2)] / [1 + (p_2 / p_1) (T_1 / T_2)] = 429 \text{ K}$. La pressione è data dall'equazione di stato finale: $p_f = n_{\text{tot}} RT_f / 2V$ e sostituendo ad n_{tot} il valore $(V/R) * (p_1 / T_1 + p_2 / T_2)$ si ottiene $p_f = 2 \cdot 10^5 \text{ Pa}$.

E5. La temperatura dello stato finale è ancora quella dell'ambiente esterno; il calore scambiato con l'ambiente è quindi quello necessario per portare il ghiaccio, una volta in fase liquida, alla temperatura di equilibrio finale:

$$Q = m \cdot c_{gh} (T_0 - T_{gh}) + m\lambda + m \cdot c_{H_2O} (T_{amb} - T_0)$$

da cui si ottiene $Q = 22 \text{ kcal}$. Le variazioni di entropia del ghiaccio e dell'ambiente sono date da:

$$\Delta S_{gh} = mc_{gh} \ln\left(\frac{T_0}{T_{gh}}\right) + \frac{m\lambda}{T_0} + mc_{H_2O} \ln\left(\frac{T_{amb}}{T_0}\right) \approx 81.15 \text{ cal / K}$$

$$\Delta S_{amb} = \frac{-Q}{T_{amb}} \approx -54,7 \text{ cal / K}$$