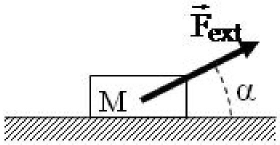
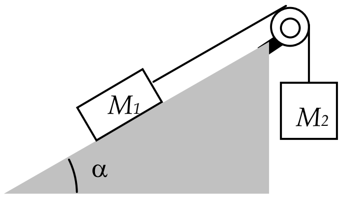
ESAME SCRITTO DI FISICA GENERALE 1 DEL 9 FEBBRAIO 2015
Prof. Francesco Michelotti

INGEGNERIA DELLE COMUNICAZIONI [L (DM 270/04) - ORDIN. 2010]
INGEGNERIA ELETTRONICA [L (DM 270/04) - ORDIN. 2014]
INGEGNERIA ELETTRONICA [L (DM 270/04) - ORDIN. 2010]

1) Un ragazzo esercita una forza esterna di modulo $\mathbf{F_{ext}}$ e inclinata di α rispetto all'orizzontale per spostare una cassa di massa **M** inizialmente ferma. Se l'attrito statico tra la cassa ed il piano di appoggio è μ_s, calcolare il minimo valore di $\mathbf{F_{ext}}$ tale che la cassa si metta in moto.
[Dati: α = 30°, M=10 kg, μ_s = 0.7]

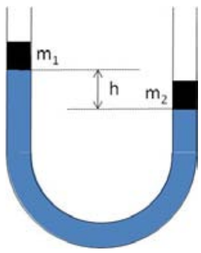


2) Un blocco di massa $\mathbf{M_1}$, appoggiato su un piano liscio inclinato di α rispetto all'orizzontale, è collegato tramite una fune inestensibile e di massa nulla ad un altro corpo di massa $\mathbf{M_2}$ che pende verticalmente. La fune può scorrere intorno all'angolo superiore del piano grazie ad una carrucola che si considera senza peso e senza attrito. Si calcoli l'accelerazione che subisce ciascuno dei due corpi e si determini la tensione della fune.
[Dati: M_1 = 50 kg, α = 30°, M_2= 15 kg]

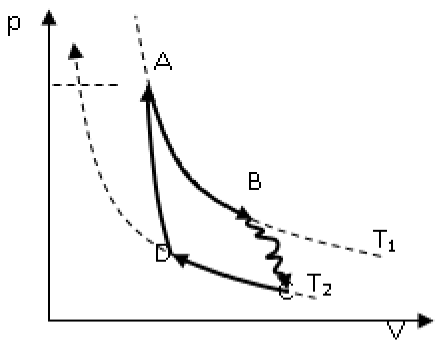


3) Due sferette di uguale massa **M** sono attaccate alle estremità di una sottile asta di massa trascurabile lunga **L**, libera di ruotare attorno ad un asse orizzontale passante per il suo centro. Inizialmente l'asta è orizzontale e ferma. Una pallina di cera di massa **m** cade verticalmente e colpisce centralmente una delle due sfere sferette con velocità di modulo **v** e si attacca ad essa. Calcolare la velocità angolare del sistema subito dopo l'urto e dire, argomentandolo, se il sistema riuscirà a compiere una rotazione completa.
[Dati: M = 0.1 kg, L = 15 cm, m = 30 g, v = 5 m/s]

4) Un tubo ad U aperto alle estremità è contenuto in un piano verticale, ha sezione circolare costante di raggio **R** e contiene acqua pura. Le superfici dell'acqua sostengono due pistoni a tenuta di uguale forma e masse $\mathbf{m_1}$ e $\mathbf{m_2}$. Il contatto tra pistone e acqua/pareti del tubo non presenta attrito. All'equilibrio il dislivello tra i due pistoni è **h**. Calcolare la differenza tra le masse dei due pistoni.
[Dati: R = 2cm, h = 10 cm]



5) Una macchina termica a gas perfetto, operante tra due sorgenti a temperature $\mathbf{T_1}$ e $\mathbf{T_2}$, esegue il ciclo indicato in figura. Le trasformazioni **AB** e **CD** sono isoterme reversibili, la **BC** è un'adiabatica irreversibile e la **DA** un'adiabatica reversibile. Conoscendo i rapporti $\mathbf{V_B/V_A}$ e $\mathbf{V_C/V_D}$ calcolare il rendimento del ciclo.
[Dati: T_1 = 600 K, T_2 = 300 K, V_B / V_A = 2, V_C/V_D = 2.5]



ESAME SCRITTO DI FISICA GENERALE 1 DEL 9 FEBBRAIO 2015
Prof. Francesco Michelotti

SOLUZIONI

1) La forza esercitata dal ragazzo può aumentare senza mettere in moto la cassa fino al valore limite che verifica la seguente relazione:

$$\vec{F}_{ext} + \vec{P} + \vec{N} + \vec{F}_{s,max} = 0$$

dove in modulo $F_{s,max} = \mu_s N$. Proiettando la relazione vettoriale su un sistema di assi coordinati con x parallelo al piano e y perpendicolare ad esso si ha:

$$\begin{cases} F_{ext}\cos\alpha - F_{s,max} = 0 \\ F_{ext}\sin\alpha - P + N = 0 \end{cases}$$

Dalla seconda si ricava che:

$$N = P - F_{ext}\sin\alpha < P$$

e quindi che:

$$F_{s,max} = \mu_s N = \mu_s \left(P - F_{ext}\sin\alpha\right)$$

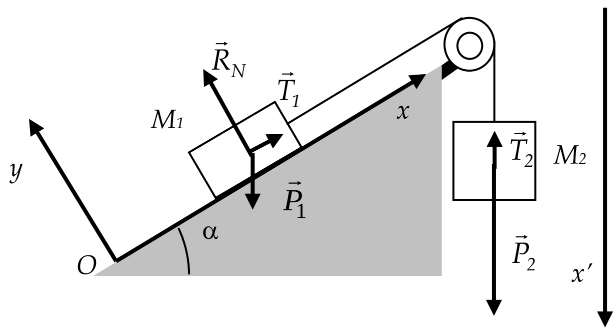
che sostituita nella prima relazione porta a:

$$F_{ext}\cos\alpha - \mu_s\left(P - F_{ext}\sin\alpha\right) = 0$$

Da cui si ricava:

$$F_{ext} = \frac{\mu_s Mg}{\cos\alpha + \mu_s \sin\alpha} = 56.5\text{N}$$

2) Nella figura a fianco sono schematizzate le forze che agiscono sulle due masse. Dato che la fune è di massa nulla le tensioni hanno tute lo stesso modulo $T_1=T_2=T_3=T_4=T$. Dato che la fune è inestensibile le accelerazioni dei due corpi hanno lo stesso modulo $a_1=a_2=a$.
Le equazioni della dinamica per i due corpi sono:



$$\begin{cases} \vec{F}_1^{TOT} = \vec{P}_1 + \vec{R}_N + \vec{T}_1 = M_1\vec{a}_1 \\ \vec{F}_2^{TOT} = \vec{P}_2 + \vec{T}_2 = M_2\vec{a}_2 \end{cases}$$

Proiettando la prima relazione sull'asse x e la seconda sull'asse x' si ottiene:

$$\begin{cases} -P_1 \sin\alpha + T = M_1 a \\ P_2 - T = M_2 a \end{cases}$$

Risolvendo il sistema si ricava ha:

$$T = g\frac{M_1 M_2}{M_2 + M_1}(1+\sin\alpha) = 169.8\text{N}$$

e:

$$a_2 = a_1 = \frac{P_2 - P_1\sin\alpha}{M_2} = \frac{M_2 g - M_1 g\sin\alpha}{M_2} = g\frac{M_2 - M_1\sin\alpha}{M_1 + M_2} = -1.51\text{m}/\text{s}^2$$

Quindi la massa M_1 scivola in basso e M_2 sale.

3) Per la conservazione del momento angolare si ha:

$$mv\frac{L}{2} = I\omega = \left[2M\left(\frac{L}{2}\right)^2 + m\left(\frac{L}{2}\right)^2\right]\omega$$

da cui si ricava:

$$\omega = \frac{mv}{ML + mL/2} = 8.7\text{rad}/\text{s}$$

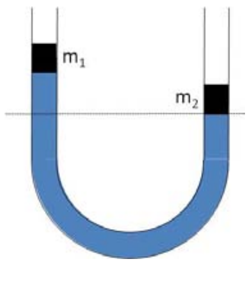
Affinchè il sistema compia almeno un giro l'energia cinetica E_k appena dopo l'urto deve essere maggiore della variazione di energia potenziale della goccia quando sale dalla quota in cui colpisce la sferetta (supponiamo 0) alla quota massima accessibile durante la rotazione (L/2). Si consideri che nella rotazione l'energia potenziale delle due sferette rimane costante in quanto il loro centro di massa rimane fermo.

$$E_k = \frac{1}{2}I\omega^2 = \frac{1}{2}\left[2M\left(\frac{L}{2}\right)^2 + m\left(\frac{L}{2}\right)^2\right]\omega^2 = (M + 2m)\left(\frac{L}{2}\right)^2\omega^2 = 68\text{mJ}$$

$$\Delta E_p = mg\frac{L}{2} = 22\text{mJ}$$

Quindi il sistema riesce a compiere una rotazione completa.

4) In condizioni di equilibrio la pressione alla quota indicata in figura nei due bracci deve essere la stessa. In un braccio è esercitata solo da m_2 e dalla pressione atmosferica esterna. Nell'altro braccio da m_1, dalla pressione atmosferica esterna e dal volume di acqua che si trova al di sopra della linea tratteggiata. Si ha:



$$p_A + \frac{m_2 g}{S} = p_A + \frac{m_1 g}{S} + \frac{\rho_A S h g}{S}$$

dove p_A è la pressione atmosferica, ρ_A è la densità dell'acqua (10^3 kg/m^3 = 1 g/cm^3) e $S=\pi R^2$ è la sezione del tubo. Semplificando si ottiene:

$$m_2 - m_1 = \rho_A S h = \rho_A \pi R^2 h = 125.6g$$

5) Il rendimento di un ciclo termodinamico è definito come:

$$\eta = \frac{L}{Q_{ASS}} = \frac{Q}{Q_{ASS}} = \frac{Q_{ASS} + Q_{CED}}{Q_{ASS}} = 1 + \frac{Q_{CED}}{Q_{ASS}}$$

Nel caso dell'esercizio dato $Q_{CED}=Q_{CD}$ e $Q_{ASS}=Q_{AB}$ in quanto sulle adiabatiche, irreversibili o reversibili, non si ha scambio di calore.
Dal momento che le trasformazioni AB e CD sono isoterme è semplice calcolare il calore scambiato:

$$Q_{AB} = nRT_1 \ln\frac{V_B}{V_A} \qquad \text{e} \qquad Q_{CD} = nRT_2 \ln\frac{V_D}{V_C}$$

Quindi:

$$\eta = 1 + \frac{nRT_2 \ln\frac{V_D}{V_C}}{nRT_1 \ln\frac{V_B}{V_A}} = 1 - \frac{T_2 \ln\frac{V_C}{V_D}}{T_1 \ln\frac{V_B}{V_A}} = 1 - \frac{300 \ln 2.5}{600 \ln 2} = .34 = 34\%$$