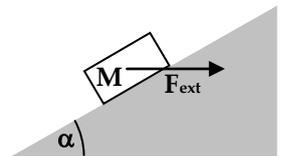


ESAME SCRITTO DI FISICA GENERALE 1 DEL 14 LUGLIO 2014
Prof. Francesco Michelotti

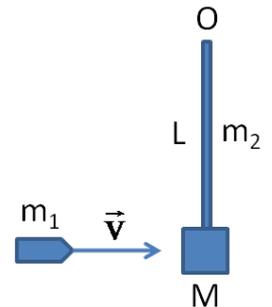
INGEGNERIA DELLE COMUNICAZIONI [L (DM 270/04) - ORDIN. 2010]
INGEGNERIA ELETTRONICA [L (DM 270/04) - ORDIN. 2014]
INGEGNERIA ELETTRONICA [L (DM 270/04) - ORDIN. 2010]

- 1) Allo scattare del verde ad un semaforo, un'automobile parte con un'accelerazione costante \mathbf{a} . Nello stesso istante un autocarro raggiunge e sorpassa l'automobile muovendosi ad una velocità costante di \mathbf{v}_0 . A che distanza dal semaforo l'automobile raggiungerà l'autocarro? A che velocità starà viaggiando l'automobile in quell'istante?
[Dati: $\mathbf{a}=7 \text{ m/s}^2$, $\mathbf{v}_0=20 \text{ m/s}$]

- 2) Un ragazzo spinge lungo un piano scabro inclinato di un angolo α una slitta di massa \mathbf{M} . Egli esercita una forza di modulo \mathbf{F}_{ext} diretta orizzontalmente. Se il coefficiente di attrito dinamico tra slitta e piano è μ_d , calcolare il valore di \mathbf{F}_{ext} affinché la slitta proceda con velocità costante.
[Dati: $\alpha=30^\circ$, $\mathbf{M}=25 \text{ kg}$, $\mu_d=0.15$]



- 3) Un proiettile di massa \mathbf{m}_1 e velocità di modulo \mathbf{v} colpisce in modo completamente anelastico un blocchetto di legno di massa \mathbf{M} , sospeso ad una sbarretta di lunghezza \mathbf{L} e massa \mathbf{m}_2 , come indicato in figura. La sbarretta è di sezione trascurabile, è vincolata a ruotare senza attrito intorno al punto \mathbf{O} e è solidale con la massa \mathbf{M} . Si calcoli l'angolo massimo di oscillazione del sistema dopo l'urto.
Sia noto il momento d'inerzia della sbarretta rispetto ad un asse passante per il centro di massa e perpendicolare alla sbarretta \mathbf{I}_C .
[Dati: $\mathbf{m}_1 = 10 \text{ g}$, $\mathbf{M} = 100 \text{ g}$, $\mathbf{v}=10 \text{ m/s}$, $\mathbf{L}=1 \text{ m}$, $\mathbf{m}_2=100 \text{ g}$, $\mathbf{I}_C=\mathbf{m}_2\mathbf{L}^2/12$]



- 4) Una corda di chitarra con densità lineare di massa λ è lunga \mathbf{L} . Essa è vincolata ai due estremi ed è sottoposta ad una tensione di modulo \mathbf{T} . La corda viene pizzicata e messa in moto. Calcolare le frequenze dei primi tre modi possibili di vibrazione della corda.
[Dati: $\lambda=0.5 \text{ g/m}$, $\mathbf{L}=70 \text{ cm}$, $\mathbf{T}=190 \text{ N}$]

- 5) Un cilindro con pistone, contenente \mathbf{n} moli di un gas monoatomico, si trova all'equilibrio termico con una sorgente alla temperatura \mathbf{T}_{in} . Il gas viene fatto espandere in modo isoterma reversibile fino ad occupare un volume pari a due volte quello iniziale. Esso viene successivamente riportato alla pressione iniziale mediante una trasformazione adiabatica reversibile. Mediante una trasformazione isobara reversibile si riporta poi il sistema nelle condizioni iniziali. Si calcoli il lavoro del ciclo e la quantità di calore assorbita dal gas.
[Dati: $\mathbf{n}=4$, $\mathbf{T}_{\text{in}}=373.2 \text{ K}$]

ESAME SCRITTO DI FISICA GENERALE 1 DEL 14 LUGLIO 2014
Prof. Francesco Michelotti

SOLUZIONI

1) Le leggi del moto dei due corpi sono:

$$\begin{cases} x_{\text{AUTO}}(t) = \frac{1}{2}at^2 \\ v_{\text{AUTO}}(t) = at \end{cases} \quad \text{e} \quad \begin{cases} x_{\text{CAMION}}(t) = v_0 t \\ v_{\text{CAMION}}(t) = v_0 \end{cases}$$

L'istante del sorpasso t^* si trova uguagliando le due posizioni:

$$x_{\text{AUTO}}(t^*) = x_{\text{CAMION}}(t^*), \quad \frac{1}{2}at^{*2} = v_0 t^* \quad \text{da cui} \quad t^* = \frac{2v_0}{a}$$

Al tempo t^* i due mezzi si trovano nella posizione:

$$x_{\text{CAMION}}(t^*) = x_{\text{AUTO}}(t^*) = v_0 t^* = \frac{2v_0^2}{a} = 114.3\text{m}$$

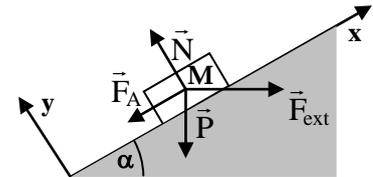
La velocità dell'automobile a t^* è pari a:

$$v_{\text{AUTO}}(t) = at^* = a \frac{2v_0}{a} = 2v_0 = 40\text{m/s} = 144\text{km/h}$$

2) Affinché il moto abbia luogo con velocità costante la risultante delle forze deve essere nulla:

$$\vec{F}_{\text{ext}} + \vec{P} + \vec{N} + \vec{F}_A = 0$$

Proiettando la relazione vettoriale sul sistema di riferimento indicato in figura si ha:



$$x) F_{\text{ext}} \cos\alpha - P \sin\alpha - F_A = 0 \quad \text{con} \quad F_A = \mu_d N$$

$$y) -F_{\text{ext}} \sin\alpha - P \cos\alpha + N = 0 \quad \text{da cui} \quad N = F_{\text{ext}} \sin\alpha + P \cos\alpha$$

Ricavando N dalla seconda e sostituendo nella prima si ha:

$$F_{\text{ext}} \cos\alpha - P \sin\alpha - \mu_d N = F_{\text{ext}} \cos\alpha - P \sin\alpha - \mu_d (F_{\text{ext}} \sin\alpha + P \cos\alpha) = 0$$

da cui si ottiene:

$$F_{\text{ext}} = \frac{Mg(\sin\alpha + \mu_d \cos\alpha)}{\cos\alpha - \mu_d \sin\alpha} = \frac{25 \cdot 9.81(1/2 + 0.15 \cdot \sqrt{3}/2)}{\sqrt{3}/2 - 0.15 \cdot 1/2} = \frac{25 \cdot 9.81(1 + 0.15 \cdot \sqrt{3})}{\sqrt{3} - 0.15} = 195.6\text{N}$$

3) Nell'urto anelastico si conserva il momento della quantità di moto $\vec{P}_{\text{in}} = \vec{P}_{\text{fin}}$. Proiettando i momenti su un asse z perpendicolare al piano del foglio ed uscente si ha:

$$Lm_1 v = L(m_1 + M)V + I_{\text{sb},O} \cdot \omega = L(m_1 + M)V + \left(I_C + m_2 \left(\frac{L}{2} \right)^2 \right) \cdot \frac{V}{L}$$

dove V è la velocità con cui m_1 ed M escono dall'urto. Sostituendo l'espressione di I_C si ha:

$$Lm_1v = L(m_1 + M)V + \left(\frac{m_2L^2}{12} + m_2 \left(\frac{L}{2} \right)^2 \right) \cdot \frac{V}{L} = L(m_1 + M)V + \frac{m_2L^2}{3} \cdot \frac{V}{L} =$$

da cui:

$$= L \left(m_1 + M + \frac{m_2}{3} \right) V$$

$$V = \frac{m_1v}{m_1 + M + \frac{m_2}{3}} = \frac{0.01 \cdot 10}{0.01 + 0.1 + 0.1/3} = 0.70 \text{ m/s}$$

Dopo l'urto si può applicare la conservazione dell'energia meccanica. Supponendo che la massima angolazione che il sistema può raggiungere sia α si ha:

$$\frac{1}{2}m_1V^2 + \frac{1}{2}MV^2 + \frac{1}{2}I_0\omega^2 = (m_1 + M)gL(1 - \cos\alpha) + m_2g\frac{L}{2}(1 - \cos\alpha) \quad \text{da cui:}$$

$$\frac{1}{2} \left(m_1 + M + \frac{m_2}{3} \right) V^2 = \left(m_1 + M + \frac{m_2}{2} \right) gL(1 - \cos\alpha)$$

$$\cos\alpha = 1 - \frac{V^2}{2gL} \cdot \frac{m_1 + M + \frac{m_2}{3}}{m_1 + M + \frac{m_2}{2}} = 0.978 \quad \text{e} \quad \alpha = 12.1^\circ$$

4) La corda si mette in oscillazione obbedendo all'equazione delle onde di d'Alembert. La velocità di propagazione è data da:

$$v = \sqrt{\frac{T}{\lambda}} = \sqrt{\frac{190}{0.5 \cdot 10^{-3}}} = 616.4 \text{ m/s}$$

Se la corda è vincolata agli estremi le lunghezze d'onda permesse sono date dalla relazione $n\lambda = 2L$ con n intero. Si ha quindi:

$$\lambda = \frac{2L}{n} \quad \text{e} \quad v = \frac{v}{\lambda} = \frac{v}{2L} n = \frac{616.4}{1.4} n = 440.3 \cdot n \quad n=1,2,3, \dots$$

Si ha quindi $v_1=440.3\text{Hz}$, $v_2=880.6\text{Hz}$, $v_3=1320.9\text{Hz}$.

5) Trasformazione isoterma dallo stato iniziale A allo stato B:

$$W_{AB} = nRT_{in} \ln \frac{V_B}{V_A} = 4 \cdot 8.314 \cdot 373.2 \ln 2 = 8.60 \text{ kJ} \quad Q_{AB} = W_{AB} = 8.60 \text{ kJ}$$

Trasformazione adiabatica dallo stato B allo stato C:

$$W_{BC} = -\Delta U_{BC} = -nc_v(T_C - T_B) = -n \frac{3}{2} R(T_C - T_{in}) \quad Q_{BC} = 0$$

La temperatura dello stato C si calcola mediante la relazione delle trasformazioni adiabatiche:

$$P^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} T = \text{cost} \quad \text{con} \quad \gamma = \frac{c_P}{c_V} = \frac{5/2R}{3/2R} = \frac{5}{3} \quad \text{da cui} \quad P_B^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} T_B = P_C^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} T_C \quad \text{e}$$

$$T_C = T_B \left(\frac{P_B}{P_C} \right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = T_{\text{in}} \left(\frac{P_B}{P_A} \right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = T_{\text{in}} \left(\frac{1}{2} \right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = T_{\text{in}} \left(\frac{1}{2} \right)^{-\frac{2}{5}} = 373.2 \cdot 2^{0.4} = 492.5 \text{K}$$

Quindi:

$$W_{BC} = -4 \frac{3}{2} 8.314 (492.5 - 373.2) = -5.95 \text{kJ}$$

Trasformazione isobara dallo stato C allo stato A:

$$Q_{CA} = n c_P (T_A - T_C) = n \frac{5}{2} R (T_{\text{in}} - T_C) = 4 \frac{5}{2} 8.314 (373.2 - 492.5) = -9.92 \text{kJ}$$

$$W_{CA} = Q_{CA} - \Delta U_{CA} = Q_{CA} - n c_V (T_A - T_C) = n R (T_{\text{in}} - T_C) = 4 \cdot 8.314 (373.2 - 492.5) = -3.97 \text{kJ}$$

Si ha quindi:

$$W_{\text{CICLO}} = W_{AB} + W_{BC} + W_{CA} = -1.32 \text{kJ}$$

$$Q_{\text{ASS}} = Q_{AB} = 8.6 \text{kJ}$$