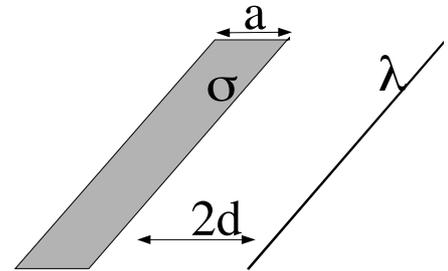


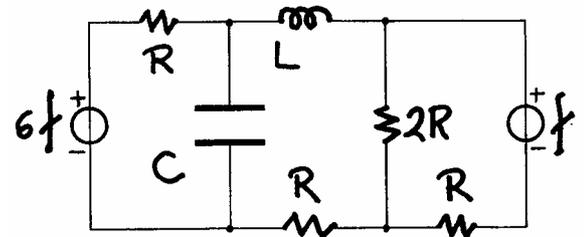
UNIVERSITA' DEGLI STUDI di ROMA "LA SAPIENZA"
Anno Accademico 2012 – 2013 – Ing. Aerospaziale
Esame di Elettromagnetismo (ord. 509, 6 CFU)
Prova scritta del 20 Giugno 2013

(Esercizi A: 6 punti ciascuno, quesiti B: 4 punti ciascuno)

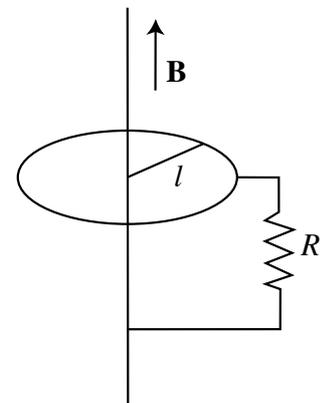
- A1)** Una densità di carica superficiale σ è posta sopra un lungo nastro largo a . Parallelamente al nastro e sul suo stesso piano è posta una lunga distribuzione di carica lineare λ . Le due distribuzioni di carica distano $2d$. Sapendo che in un qualsiasi punto P a metà strada fra le due distribuzioni il campo elettrico è nullo, calcolare λ .
 ($\sigma = 10^{-6} \text{ C/m}^2$, $d=10\text{cm}$, $a=80\text{cm}$).



- A2)** Il circuito in figura è in regime stazionario. Calcolare le potenze elettriche W_1 e W_2 erogate rispettivamente dal generatore sul lato sinistro e da quello sul lato destro.



- A3)** Una sbarretta conduttrice lunga $l=10 \text{ cm}$, ruota con velocità angolare $\omega=100 \text{ s}^{-1}$ attorno ad un asse perpendicolare alla sbarretta stessa e passante per un suo estremo, ed è immersa in un campo di induzione parallelo all'asse di rotazione e di modulo $B=2 \text{ T}$. L'altro estremo della sbarretta striscia su un contatto circolare. Fra un punto dell'asse e uno del contatto circolare è inserita una resistenza $R=9 \Omega$. Sapendo che la resistenza di sbarretta e contatti è $r=1 \Omega$, calcolare la corrente che circola in R e l'energia meccanica trasformata in energia elettrica nell'intervallo di tempo in cui nel circuito passa una carica $q=1 \mu\text{C}$.



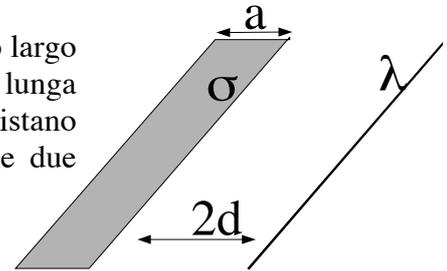
Rispondere ai seguenti quesiti:

- B1)** Dimostrare il teorema di Coulomb (relativo all'espressione del campo elettrico in prossimità della superficie di un conduttore carico).
- B2)** Enunciare la seconda legge di Laplace e spiegarne l'origine.
- B3)** Spiegare l'effetto Hall.

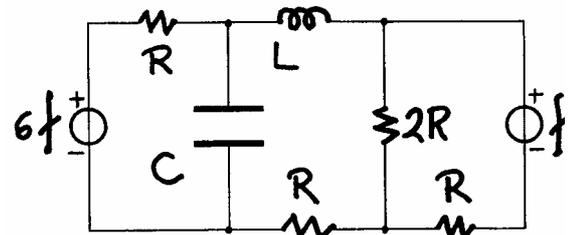
UNIVERSITA' DEGLI STUDI di ROMA "LA SAPIENZA"
Anno Accademico 2011 – 2012 – Ing. Aerospaziale
Esame di Fisica II (ord. 270, 9 CFU)
Prova scritta del 20 Giugno 2013

(Esercizi A: 6 punti ciascuno, quesiti B: 3 punti ciascuno)

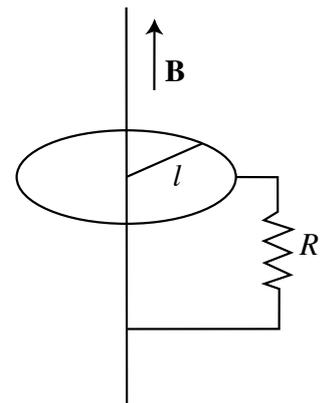
- A1)** Una densità di carica superficiale σ è posta sopra un lungo nastro largo a . Parallelamente al nastro e sul suo stesso piano è posta una lunga distribuzione di carica lineare λ . Le due distribuzioni di carica distano $2d$. Sapendo che in un qualsiasi punto P a metà strada fra le due distribuzioni il campo elettrico è nullo, calcolare λ .
 ($\sigma = 10^{-6} \text{ C/m}^2$, $d=10\text{cm}$, $a=80\text{cm}$).



- A2)** Il circuito in figura è in regime stazionario. Calcolare le potenze elettriche W_1 e W_2 erogate rispettivamente dal generatore sul lato sinistro e da quello sul lato destro.



- A3)** Una barretta conduttrice lunga $l=10 \text{ cm}$, ruota con velocità angolare $\omega=100 \text{ s}^{-1}$ attorno ad un asse perpendicolare alla sbarretta stessa e passante per un suo estremo, ed è immersa in un campo di induzione parallelo all'asse di rotazione e di modulo $B=2 \text{ T}$. L'altro estremo della barretta striscia su un contatto circolare. Fra un punto dell'asse e uno del contatto circolare è inserita una resistenza $R=9 \text{ }\Omega$. Sapendo che la resistenza di barretta e contatti è $r=1 \text{ }\Omega$, calcolare la corrente che circola in R e l'energia meccanica trasformata in energia elettrica nell'intervallo di tempo in cui nel circuito passa una carica $q=1 \text{ }\mu\text{C}$.



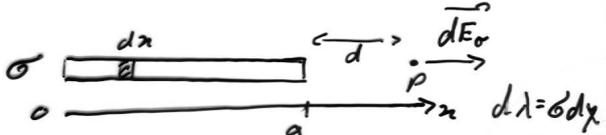
- A4)** Un'onda elettromagnetica piana si propaga progressivamente lungo l'asse x di un riferimento cartesiano nella cui origine è posta una spira circolare di raggio $a=10\text{cm}$, resistenza R e induttanza trascurabile. Disponendo la spira con il versore normale di riferimento coincidente con quello dell'asse z , si misura una corrente sinusoidale $I(t)=I_0 \sin(2\pi\nu t)$, con $\nu=108\text{Hz}$. Non si osserva invece passaggio di corrente se si dispone la spira con il versore normale coincidente con quello dell'asse y . Calcolare il rapporto tra raggio della spira e lunghezza d'onda della radiazione e scrivere l'espressione dei campi E e B dell'onda, esprimendo le ampiezze, il numero d'onda e la pulsazione in funzione di a , R , I_0 , ν .

Rispondere ai seguenti quesiti:

- B1)** Enunciare la seconda legge di Laplace e spiegarne l'origine.
B2) Spiegare l'effetto Hall.

Soluzioni

A1) $\vec{E}_\lambda(\rho) = \frac{-\lambda}{2\pi\epsilon_0 d} \hat{n}$



$d\vec{E}_\sigma = \frac{d\lambda}{2\pi\epsilon_0(d+a-x)} \hat{n}$ $\vec{E}_\sigma \parallel \hat{n}$ $E_\sigma = \int_0^a dE_\sigma = \frac{\sigma}{2\pi\epsilon_0} \ln\left(\frac{d+a}{d}\right)$

$\frac{\sigma}{2\pi\epsilon_0} \ln\left(\frac{d+a}{d}\right) = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 d}$ $\lambda = \sigma d \ln\left(\frac{d+a}{d}\right) = 2.2 \times 10^{-7} \text{ C/m}$

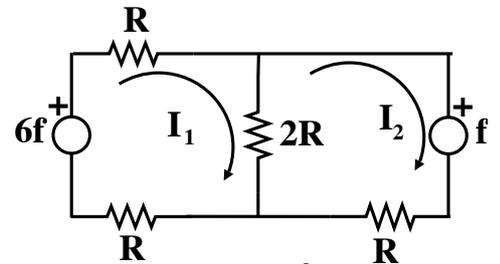
A2)

Il circuito equivalente in situazione stazionaria è mostrato in figura.

$$\begin{cases} 6f = 4RI_1 - 2RI_2 \\ -f = -2RI_1 + 3RI_2 \end{cases} \quad \begin{cases} 3f/R = 2I_1 - I_2 \\ f/R = 2I_1 + 3I_2 \end{cases}$$

$$\rightarrow 2I_1 - I_2 = 6I_1 - 9I_2 \rightarrow 8I_2 = 4I_1 \rightarrow I_1 = 2I_2$$

$$I_2 = \frac{f}{R} \text{ e } I_1 = 2\frac{f}{R} \quad W_1 = 6f \cdot 2\frac{f}{R} = 12\frac{f^2}{R} \quad \text{e} \quad W_2 = -f \cdot \frac{f}{R} = -\frac{f^2}{R}$$



A3)

A causa della rotazione della barretta, una carica q su di essa è soggetta alla forza di Lorentz, diretta lungo la barretta stessa e di modulo pari a $F = qvB$; ad essa corrisponde un campo elettrico $E = vB = \omega rB$. Sulla barretta si induce quindi una forza elettromotrice

$$f_i = \int_{\text{barretta}} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = \int_0^l \omega r B dr = \frac{\omega B l^2}{2} = \frac{100 \times 2 \times 10^{-2}}{2} = 1 \text{ V.}$$

a) Per la legge di Ohm, nel circuito di resistenza $r + R$ circola una corrente

$$I = \frac{f_i}{r + R} = \frac{1}{1 + 9} = 0.1 \text{ A.}$$

b) L'energia meccanica trasformata in energia elettrica è pari al lavoro compiuto dalla forza elettromotrice; si ha quindi

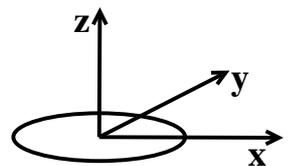
$$E = L = f_i q = 1 \times 10^{-6} = 1 \mu\text{J.}$$

A4)

$$\frac{a}{\lambda} = \frac{a\nu}{c} \simeq \frac{1}{30} \quad \omega = 2\pi\nu \quad k = \frac{2\pi\nu}{c}$$

$$-\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{dB_z}{dt} \cdot \pi a^2 = RI(t) \rightarrow \frac{dB_z}{dt} = -\frac{RI_0}{\pi a^2} \sin(\omega t)$$

$$B_z(t) = \frac{RI_0}{\pi a^2 \omega} \cos(\omega t)$$



$$\vec{B} = \hat{z}B_z \quad B_z = \frac{RI_0}{\pi a^2 \omega} \cos(kx - \omega t) \quad \vec{E} = \hat{y}E_y \quad E_y = \frac{cRI_0}{\pi a^2 \omega} \cos(kx - \omega t)$$