

UNIVERSITA' DEGLI STUDI di ROMA LA SAPIENZA

Anno Accademico 2011 - 2012 - Ing. Aerospaziale

Esame di Fisica II (ord. 270, 9 CFU)

Prova scritta del 21 giugno 2012

1) Le armature di un condensatore piano sono costituite da due lastre metalliche A e B infinitamente estese e di spessore trascurabile, poste nel vuoto a distanza $d = 2$ cm; esse sono cariche rispettivamente con densità di carica superficiali uniformi $\sigma_A = +2 \times 10^{-6} \text{ C/m}^2$ e $\sigma_B = +4 \times 10^{-6} \text{ C/m}^2$. Tra le armature e parallelamente a esse è posta una lastra di materiale dielettrico avente spessore $s = 1$ cm e costante dielettrica relativa $\epsilon_r = 2$. Calcolare la differenza di potenziale ($V_A - V_B$) tra le armature.

2) Due condensatori in aria sono posti in parallelo e hanno una capacità complessiva $C = 80$ pF. Se si immerge il primo in un dielettrico liquido, si misura per i due condensatori in parallelo una capacità $C' = 100$ pF e se si immerge il secondo nel medesimo liquido, si misura una capacità $C'' = 120$ pF. Determinare la costante dielettrica relativa del liquido.

3) Un cavo coassiale, costituito da un filo omogeneo metallico di sezione circolare avente raggio $r_1 = 0.5$ mm e da una calza conduttrice esterna coassiale col filo, di raggio $r_2 = 3$ mm e spessore trascurabile, è connesso a un suo estremo a un generatore di f.e.m. $f = 70$ V ed è chiuso all'altro estremo su una resistenza $R = 50 \Omega$. Determinate il valore del campo di induzione magnetica B in funzione della distanza r dall'asse del cavo per $0 < r < \infty$.

4) Su una spira circolare piana di raggio $R = 10$ cm, agisce un campo di induzione magnetica perpendicolare alla spira di modulo $B(t) = B_0(1 - r/2R) \sin \omega t$, con r distanza dal centro O della spira, $\omega = 30 \text{ s}^{-1}$ e $B_0 = 10$ T. Calcolare la f.e.m. massima indotta nella bobina.

a) Ricavare la legge di Ampère in forma integrale e differenziale

b) Illustrare l'esperienza dell'interferenza da due fenditure

UNIVERSITA' DEGLI STUDI di ROMA LA SAPIENZA

Anno Accademico 2011 - 2012 - Ing. Aerospaziale

Esame di Elettromagnetismo (ord. 509, 6 CFU)

Prova scritta del 21 giugno 2012

1) Le armature di un condensatore piano sono costituite da due lastre metalliche A e B infinitamente estese e di spessore trascurabile, poste nel vuoto a distanza $d = 2$ cm; esse sono cariche rispettivamente con densità di carica superficiali uniformi $\sigma_A = +2 \times 10^{-6} \text{ C/m}^2$ e $\sigma_B = +4 \times 10^{-6} \text{ C/m}^2$. Tra le armature e parallelamente a esse è posta una lastra di materiale dielettrico avente spessore $s = 1$ cm e costante dielettrica relativa $\epsilon_r = 2$. Calcolare la differenza di potenziale ($V_A - V_B$) tra le armature.

2) Un cavo coassiale, costituito da un filo omogeneo metallico di sezione circolare avente raggio $r_1 = 0.5$ mm e da una calza conduttrice esterna coassiale col filo, di raggio $r_2 = 3$ mm e spessore trascurabile, è connesso a un suo estremo a un generatore di f.e.m. $f = 70$ V ed è chiuso all'altro estremo su una resistenza $R = 50 \Omega$. Determinate il valore del campo di induzione magnetica B in funzione della distanza r dall'asse del cavo per $0 < r < \infty$.

3) Su una spira circolare piana di raggio $R = 10$ cm, agisce un campo di induzione magnetica perpendicolare alla spira di modulo $B(t) = B_0(1 - r/2R)\sin\omega t$, con r distanza dal centro O della spira, $\omega = 30 \text{ s}^{-1}$ e $B_0 = 10$ T. Calcolare la f.e.m. massima indotta nella bobina.

a) Ricavare la legge di Ampère in forma integrale e differenziale

b) Ricavare le espressioni dell'energia spettante e del momento di una forza agente su di un dipolo elettrico in presenza di un campo elettrico esterno

c) Ricavare le espressioni per la densità di energia del campo elettrico e del campo magnetico

UNIVERSITA' DEGLI STUDI di ROMA LA SAPIENZA

Anno Accademico 2011 - 2012 - Ing. Aerospaziale

Esame di Fisica II e ELETTROMAGNETISMO

SOLUZIONI prova scritta del 21 giugno 2012

1) (1 per elettrom.) Il campo elettrico nello spazio vuoto tra le due lastre è la somma vettoriale dei campi creati dalle singole lastre, rispettivamente

$$\mathbf{E}_{0A} = \frac{\sigma_A}{2\epsilon_0} \boldsymbol{\iota} \quad \text{e} \quad \mathbf{E}_{0B} = -\frac{\sigma_B}{2\epsilon_0} \boldsymbol{\iota}$$

essendo $\boldsymbol{\iota}$ il versore dell'asse x diretto perpendicolarmente alle lastre, dalla lastra A a quella B . Il campo elettrico totale tra le due lastre vale:

$$\mathbf{E}_0 = \mathbf{E}_{0A} + \mathbf{E}_{0B} = \frac{\sigma_A - \sigma_B}{2\epsilon_0} \boldsymbol{\iota}$$

Nel dielettrico, invece

$$\mathbf{E} = \frac{\mathbf{E}_0}{\epsilon_r}$$

Pertanto,

$$V_A - V_B = \int_A^B \mathbf{E} \cdot d\vec{l} = \int_0^d E(x) dx = E_0(d-s) + Es = \frac{\sigma_A - \sigma_B}{2\epsilon_0\epsilon_r} [\epsilon_r(d-s) + s] = -1.69 \text{ kV}$$

2) (solo fisica II) Si ha il sistema:

$$\begin{aligned} C_1 + C_2 &= C \\ \epsilon_r C_1 + C_2 &= C' \\ C_1 + \epsilon_r C_2 &= C'', \end{aligned}$$

da cui

$$C_1 = \frac{C(C' - C)}{C'' + C' - 2C} = 27.6 \text{ pF}; \quad C_2 = \frac{C(C'' - C)}{C'' + C' - 2C} = 53.3 \text{ pF}$$

e

$$\epsilon_r = \frac{C' - C_2}{C_1} = 1.75.$$

3) (2 per elettrom.) Applicando il teorema di Ampère su una linea circolare centrata sul centro del cavo e a questo ortogonale, di raggio generico r , si ha:

$$0 < r < r_1 \quad 2\pi r B = \mu_0 \pi r^2 j \quad \text{con } j = \frac{f/R}{\pi r_1^2} \quad \Rightarrow B = \left(\frac{\mu_0 f}{2\pi r_1^2 R} \right) r = 0.18r$$

$$r_1 < r < r_2 \quad 2\pi r B = \mu_0 i \quad \Rightarrow B = \left(\frac{\mu_0 f}{2\pi R} \right) \frac{1}{r} = \frac{4.46 \times 10^{-8}}{r}$$

$$r_2 < r \quad \Rightarrow B = 0.$$

4) (3 per elettrom.) Per la simmetria sferica di B , dividendo la superficie circolare in corone circolari di area $dS = 2\pi r dr$,

$$\varphi(B) = B_0 \sin \omega t \int_0^R \left(1 - \frac{r}{2R}\right) 2\pi r dr$$

Eseguendo l'integrale:

$$\varphi(B) = \frac{2\pi B_0 R^2}{3} \sin \omega t = 0.21 \sin \omega t \text{ weber}$$

quindi,

$$(\text{f.e.m.})_{\max} = 0.21 \omega = 6.3 \text{ V.}$$