

**ANALISI NUMERICA**  
Laurea Magistrale in Ingegneria Civile  
A.A. 2014/2015  
Prova scritta 09 Settembre 2015

**PROVA SCRITTA - Durata: 90 minuti**

Note: Il presente testo va riconsegnato.

---

**ESERCIZIO 1** Si consideri il seguente sistema lineare dipendente dal parametro reale  $\beta$

$$\begin{cases} \beta x + y = 1 \\ y + \frac{z}{2} = \frac{1}{2} \\ y + \beta z = \frac{1}{3} \end{cases}$$

- 1.1 Individuare un intervallo di valori di  $\beta$  per i quali è assicurata la convergenza sia del metodo di Gauss Seidel che del metodo di Jacobi.
- 1.2 Posto  $\beta = 3$ , in caso di convergenza, dare una stima del numero di iterazioni necessarie affinché il metodo più lento fornisca un'approssimazione con almeno 4 decimali esatti.

**ESERCIZIO 2**

Si considerino i seguenti problemi differenziali

$$\begin{cases} y_1'(t) = 10y_1(t)(1 - \alpha y_1(t)), & t > 0 \\ y_1(0) = 10 \end{cases} \quad \begin{cases} y_2'(t) = y_2(t)(1 - \alpha y_2(t)), & t > 0 \\ y_2(0) = 10 \end{cases}$$

la cui soluzione esatta è

$$y_1(t) = \frac{y_1(0)e^{10t}}{1 - y_1(0)\alpha(1 - e^{10t})} \quad y_2(t) = \frac{y_2(0)e^t}{1 - y_2(0)\alpha(1 - e^t)}$$

Posto  $\alpha = 0.01$  e scelto un metodo one step esplicito con passo di discretizzazione  $h = 0.5$ , stabilire per quale problema differenziale il metodo scelto fornisce l'approssimazione migliore in corrispondenza del punto  $t = 1$ .