PROBABILITA' E STATISTICA - 5 giugno 2018

Scrivere le risposte negli appositi spazi. Motivare *dettagliatamente* le risposte su fogli allegati. Ingegneria Meccanica

Cognome :	**Nome :**	**Matricola :**

1. Si effettuano estrazioni senza reimmissione da un'urna che contiene 90 palline, 45 rosse e 45 nere. Calcolare la probabilità p_{13} che la prima e la terza pallina estratta siano rosse.

   Calcolare la probabilità p_1 che estraendo 5 palline si ottengano più palline rosse che palline nere.

   Sia X il numero di palline rosse estratte in 5 estrazioni. Si effettua una seconda estrazione di X palline in blocco senza aver reinserito le palline già estratte in precedenza. Se $X = 0$ non si effettua la seconda estrazione. Supposto che alla seconda estrazione in blocco siano estratte solo palline rosse calcolare la probabilità p_2 che alla prima estrazione in blocco sia estratta solo una pallina rossa.

   $p_{13} =$ $\qquad\qquad$ $p_1 =$ $\qquad\qquad$ $p_2 =$

2. Per valutare la resistenza dei propri pneumatici la casa di produzione *Fridgestone* effettua dei *test drive* lungo delle strade di montagna. I tecnici suppongono che la probabilità di slittare sia pari a 2α se non c'è ghiaccio, ad 8α se c'è ghiaccio (α costante fissa, abbastanza piccolo). Due curve su tre presentano ghiaccio e ad ogni curva si può slittare in maniera indipendente. Calcolare la probabilità p di slittare ad una curva. Si effettua un *test drive* su un tracciato con 10 curve. Calcolare la probabilità p_0 che il veicolo non slitti ad alcuna curva durante il test. Un set di pneumatici si ritiene affidabile se supera il test con probabilità superiore al 90%. Per quali α un set di pneumatici è affidabile ?

   $p =$ $\qquad\qquad$ $p_0 =$ $\qquad\qquad$ α

3. Si considerino due componenti con tempi di vita X e Y aventi funzioni di richio $h_X(x) = 1$ e $h_Y(x) = 3$. Determinare la funzione di sopravvivenza del tempo Z di vita del sistema avente i due componenti in serie, supposto che X e Y siano indipendenti. Calcolare la probabilià p che il primo componente smetta di funzionare prima del secondo, cioè $X < Y$.

   $S_Z(t) = \Bigg\{$ $\qquad\qquad$ $p =$

4. Sia X il numero di incidenti in un tratto stradale, che assumiamo avere distribuzione di Poisson di parametro $\theta > 0$. Si determini lo stimatore di massima verosimiglianza $\hat{\theta}$ del parametro θ sulla base di un campione $X_1, \ldots, X_n$ estratto dalla suddetta popolazione. Si stabilisca se lo stimatore di massima verosimiglianza è corretto.

   $\hat{\theta} =$ $\qquad\qquad$ Corretto ?

5. Un segnale radio viene emesso con frequenza distribuita normalmente con valore atteso μ e deviazione standard 30kHz. Supponendo di osservare una serie di 15 frequenze in kHz tali che la somma delle frequenze è 9000. Determinare una stima di μ. Utilizzare la stima ottenuta per valutare la probabilità che la frequnza stia nell'intervallo di estremi 590kHz e 610kHz.

   se non in grado di consultare la tavola lasciare pure il risultato scritto in formule

   $\hat{\mu} =$ $\qquad\qquad$ $P(590 < X < 610) =$

PROBABILITA' E STATISTICA - 12 luglio 2018

Scrivere le risposte negli appositi spazi. Motivare *dettagliatamente* le risposte su fogli allegati. Ingegneria Meccanica

Cognome :	**Nome :**	**Matricola :**

1. Una fabbrica produce circuiti stampati di cui il 6% ha un difetto di tipo A ed il 4% ha un difetto di tipo B. I due difetti possono essere presenti contemporaneamente in uno stesso circuito in modo indipendente l'uno dall'altro. Prima di mettere in vendita i circuiti prodotti viene fatta un' ispezione elettronica, che individua correttamente come difettosi il 95% dei circuiti con il difetto A ed il 75% dei circuiti con il difetto B, ma individua incorrettamente come difettosi il 10% dei circuiti che non lo sono. Tutti i circuiti identificati come difettosi vengono eliminati, e gli altri vengono messi in vendita. Con quale probabilità p_1 un circuito con difetto di tipo A, viene messo in vendita ? E p_2 uno con difetto di tipo B ? Con che probabilità p_3 un circuito scelto a caso viene messo in vendita ?

   Supposto che un circuito è stato messo in vendita, qual è la probabilità che sia difettoso p ?

   Un lotto di 100 pezzi è stato messo in vendita. Supponendo che i circuiti siano difettosi in maniera indipendente tra di loro, calcolare la distribuzione del numero Z di pezzi difettosi.

   $p_1 =$ $\quad$ $p_2 =$ $\quad$ $p_3 =$

   $p =$ $\quad$ $Z \sim$

2. Un'urna contiene 50 palline, 30 rosse e 20 blu. Si estraggono 10 palline senza reimmissione. Calcolare la probabilità p_1 di estrarre almeno 6 palline dello stesso colore. Calcolare la probabilità p_2 che la prima rossa venga estratta alla seconda estrazione e l'ultima rossa venga estratta alla decima estrazione. Calcolare la probabilità p_3 che siano state estratte lo stesso numero di palline rosse e blu supposto che la prima rossa è estratta alla seconda estrazione e l'ultima rossa è estratta alla decima estrazione.

   $p_1 =$ $\quad$ $p_2 =$ $\quad$ $p_3 =$

3. Si consideri una particella che si muove in una striscia $S = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : x \geq 1, 1 \leq y \leq 2\}$ la cui posizione (X, Y) a un tempo fissato è un vettore aleatorio con densità $f(x, y) = x^{-2}$ per $(x, y) \in S$ e 0 altrove. Si determinino le densità marginali per X e Y e si stabilisca se X e Y sono stocasticamente indipendenti. Si calcoli la probabilità p che la particella si trovi nel quadrato avente vertici $(1, 1), (1, 2), (2, 1), (2, 2)$ Si calcoli il valore atteso di X e di $Z = \sqrt{X}Y$.

   $f_X(x) = \Bigg\{$ $\quad$ $f_Y(y) = \Bigg\{$

   $p =$ $\quad$ $\mathbf{E}(X) =$ $\quad$ $\mathbf{E}(Z) =$

4. Sia X una variabile aleatoria con densità (di parametro $\theta > 0$) $f(x) = \frac{4}{\theta^4}x^3$ per $x \in (0, \theta)$ e 0 altrove. Si determini lo stimatore di massima verosimiglianza $\hat{\theta}$ del parametro θ sulla base di un campione $X_1, \ldots, X_n$ estratto dalla suddetta popolazione.

   $\hat{\theta} =$

5. In un'indagine sui consumi delle aziende piccole italiane è stato osservato un campione di $n = 250$ unità. La media della spesa delle aziende intervistate per lo smaltimento dei rifiuti è risultata $\bar{x} = 620$ euro al mese, con una varianza campionaria pari a $s^2 = 289$. Si calcolino gli intervalli di confidenza al 90% e al 95% per la spesa media μ.

   $I_1^{90} =$ $\quad$ $I_1^{95} =$