

**CALCOLO DELLE PROBABILITA' (Ing. Gestionale) - 9 Giugno 2017**

Scrivere le risposte negli appositi spazi. Motivare *dettagliatamente* le risposte su fogli allegati

1. - L'urna  $S_1$  contiene palline numerate con i numeri  $2k$  con  $k = 1, \dots, 5$  e l'urna  $S_2$  contiene le palline numerate con i numeri  $2j + 1$  con  $j = 0, \dots, 7$ . Pluto per  $n$  volte ripete il seguente procedimento sceglie a caso una delle due scatole ed estrae una pallina mettendola da parte (successivamente all'estrazione la pallina non viene reimpressa nell'urna). Calcolare le probabilità degli eventi :  $A =$  "Pluto estrae  $k$  palline numerate con numeri pari",  $B =$  "Pluto estrae un numero di palline numerate con numero pari che è il doppio di quelle numerate con numeri dispari". Si determini nel caso  $n = 3$  la probabilità di  $C =$  "la somma dei numeri nelle palline estratte da Pluto è 33" e supposto che si verifichi  $C$  determinare la probabilità  $p$  che la prima pallina estratta da Pluto sia numerata con il numero 8.

$$P(A) = \quad P(B) = \quad P(C) = \quad p =$$

2. - In una catena di produzione la probabilità di produrre un pezzo difettoso è pari al 10%. Allora, per cercare di eliminare i pezzi difettosi l'azienda installa un sistema automatico di controllo di qualità il quale garantisce che, se un pezzo è difettoso, esso viene eliminato con probabilità 0.995. Questo sistema di controllo però con probabilità 0.001 elimina comunque un pezzo non difettoso. Si calcoli la probabilità  $p$  che un pezzo che abbia superato il controllo di qualità sia difettoso.

$$p =$$

3. - Sia  $(X, Y)$  un vettore aleatorio con la seguente densità congiunta

$$f_{(X,Y)}(x, y) = \begin{cases} ke^{-(2x+3y)} & \text{se } 0 \leq x, 2 \leq y \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

Determinare  $k$  affinché  $f_{(X,Y)}$  sia una densità. Stabilire se  $X$  ed  $Y$  sono indipendenti. Calcolare il valore atteso  $\mathbf{E}(Y)$  di  $Y$  e la densità di probabilità di  $Z = X/Y$ .

$k =$   $X$  e  $Y$  sono indipendenti ?

$$\mathbf{E}(y) = \quad f_Z(z) = \left\{ \right.$$

4. - Una polizza di assicurazione ha 10000 polizze auto attive. Il risarcimento dovuto annualmente per ogni assicurato è una variabile aleatoria con media 396 e deviazione 400. Quanto vale approssimativamente la probabilità che in un determinato anno le richieste di indennizzi superino i 4 milioni di Euro ?

$$p =$$

### CALCOLO DELLE PROBABILITA' - 19 luglio 2017

Scrivere le risposte negli appositi spazi. Motivare *dettagliatamente* le risposte su fogli allegati. Ingegneria Gestionale

1. Si consideri un'urna contenente 10 palline di cui 7 rosse e si estraggano 4 palline dall'urna. Qual è la probabilità  $p_1$  che 3 delle palline estratte siano rosse, se le estrazioni sono con restituzione? Qual è la probabilità  $p_2$  che 3 delle palline estratte siano rosse, se le estrazioni sono senza restituzione? Qual è la probabilità  $p_3$  che la terza pallina estratta sia rossa, se le estrazioni sono senza restituzione?

$$p_1 =$$

$$p_2 =$$

$$p_3 =$$

2. Il vettore aleatorio  $(X, Y)$  ha distribuzione uniforme nel parallelogramma di vertici  $(0, 0), (1, 0), (1, 1), (2, 1)$ . Determinare le densità di probabilità  $f_X$  e  $f_Y$ .

Trovare il valore atteso  $\mu$  di  $Z = e^{\sqrt{Y}}$ .

$$f_X(x) = \left\{ \begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array} \right. \quad f_Y(y) = \left\{ \begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array} \right. \quad \mu =$$

3. Dagli esami di maturità in una scuola secondaria romana escono 100 diplomati, ciascuno dei quali decide, con probabilità 0.9 ed indipendentemente dagli altri, di iscriversi ad un corso di laurea universitario. Supponiamo inoltre che ciascun diplomato, fra quelli che decidono di iscriversi ad un corso di laurea, si iscriva alla Università "La Sapienza" con probabilità  $\frac{3}{4}$  indipendentemente dagli altri. Sia  $X$  il numero dei diplomati che si iscrivono ad un corso di laurea e  $Y$  il numero di quelli che si iscrivono ad un corso di laurea alla "La Sapienza". Calcolare la probabilità  $p_1$  dell'evento  $\{X = i\}$ , ( $i = 0, 1, \dots, 100$ ),  $p_2 = P(Y = j | X = i)$  e  $p_3 = P(Y = j)$ . Determinare  $p_4 = P(X = i | Y = j)$ .

$$p_1 =$$

$$p_2 =$$

$$p_3 =$$

$$p_4 =$$

4. Il risarcimento dovuto annualmente per ogni singolo assicurato a una polizza auto è una variabile aleatoria con media 320 e varianza  $540^2$ . Una compagnia di assicurazione ha 25000 polizze auto attive, quanto vale approssimativamente la probabilità  $p$  che in un determinato anno le richieste di indennizzo superino 8.3 milioni?

**CALCOLO DELLE PROBABILITA' - 8 settembre 2017 Compito A**

Scrivere le risposte negli appositi spazi.

Motivare *dettagliatamente* le risposte su fogli allegati.

Ingegneria Gestionale

1. Si consideri un'urna contenente 50 palline di cui 5 rosse e si estraggano  $n$  palline dall'urna. Qual è la probabilità  $p_1$  che  $k$  delle palline estratte siano rosse se le estrazioni sono con restituzione? Determinare un'appropriata approssimazione  $p_2$  della probabilità  $p_1$  quando  $n = 100$ ? Qual è la probabilità  $p_3$  che la terza pallina estratta sia rossa, se le estrazioni sono senza restituzione?

$$p_1 =$$

$$p_2 =$$

$$p_3 =$$

2. Una impresa ha installato un sistema automatico per il controllo di qualità. La probabilità che un pezzo sia difettoso è 0.2. Il sistema di controllo garantisce che, supposto che il pezzo sia difettoso, la probabilità che esso venga scartato è 0.9; mentre la probabilità che un pezzo non difettoso venga scartato è 0.01, si calcoli la probabilità  $p_1$  che un pezzo non scartato dal sistema sia difettoso e la probabilità  $p_2$  di errore del sistema.

$$p_1 =$$

$$p_2 =$$

3. Sia  $(X, Y)$  un vettore aleatorio discreto con la seguente distribuzione congiunta di probabilità

$P(x, y)$	$Y = 0$	$Y = 1$	$Y = 2$	$Y = 3$
$X = 0$	1/32	3/32	3/32	1/32
$X = 1$	1/16	1/8	1/16	0
$X = 2$	1/8	1/8	0	0
$X = 3$	1/4	0	0	0

Calcolare la distribuzione marginale di  $X$  il valore atteso  $\mathbf{E}(X)$  della variabile  $X$  ed quello della variabile  $X$  supposto che  $Y = 1$ .

$$P(X = x) = \left\{ \begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array} \right. \quad \mathbf{E}(X) = \quad \mathbf{E}(X|Y = 1) =$$

4. Due veicoli arrivano a caso e indipendentemente in una fissata località durante l'intervallo di tempo  $[0, 5]$ . Se  $X$  e  $Y$  sono, rispettivamente, i tempi di attesa fino all'arrivo del primo e dell'ultimo veicolo, calcolare la densità di  $X$ , di  $Z = Y - X$  e il valore atteso di  $X$ .

$$f_X(x) = \left\{ \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right. \quad f_Z(z) = \left\{ \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right. \quad \mathbf{E}(X) =$$

**CALCOLO DELLE PROBABILITA' - 8 settembre 2017 Compito B**

Scrivere le risposte negli appositi spazi.

Motivare *dettagliatamente* le risposte su fogli allegati.

Ingegneria Gestionale

1. Si consideri un'urna contenente 80 palline di cui 8 rosse e si estraggano  $n$  palline dall'urna. Qual è la probabilità  $p_1$  che  $k$  delle palline estratte siano rosse se le estrazioni sono con restituzione? Determinare un'appropriata approssimazione  $p_2$  della probabilità  $p_1$  quando  $n = 100$ ? Qual è la probabilità  $p_3$  che la terza pallina estratta sia rossa, se le estrazioni sono senza restituzione?

$$p_1 = \qquad \qquad \qquad p_2 = \qquad \qquad \qquad p_3 =$$

2. Una impresa ha installato un sistema automatico per il controllo di qualità. La probabilità che un pezzo sia difettoso è 0.1. Il sistema di controllo garantisce che, supposto che il pezzo sia difettoso, la probabilità che esso venga scartato è 0.9; mentre la probabilità che un pezzo non difettoso venga scartato è 0.1, si calcoli la probabilità  $p_1$  che un pezzo non scartato dal sistema sia difettoso e la probabilità  $p_2$  di errore del sistema.

$$p_1 = \qquad \qquad \qquad p_2 =$$

3. Sia  $(X, Y)$  un vettore aleatorio discreto con la seguente distribuzione congiunta di probabilità

$P(x, y)$	$Y = 0$	$Y = 1$	$Y = 2$	$Y = 3$
$X = 0$	1/4	0	0	0
$X = 1$	1/16	1/8	1/16	0
$X = 3$	1/32	3/32	3/32	1/32
$X = 2$	1/8	1/8	0	0

Calcolare la distribuzione marginale di  $X$  il valore atteso  $\mathbf{E}(X)$  della variabile  $X$  ed quello della variabile  $X$  supposto che  $Y = 1$ .

$$P(X = x) = \left\{ \begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array} \right. \qquad \qquad \mathbf{E}(X) = \qquad \qquad \mathbf{E}(X|Y = 1) =$$

4. Due veicoli arrivano a caso e indipendentemente in una fissata località durante l'intervallo di tempo  $[0, 3]$ . Se  $X$  e  $Y$  sono, rispettivamente, i tempi di attesa fino all'arrivo del primo e dell'ultimo veicolo, calcolare la densità di  $X$ , di  $Z = Y - X$  e il valore atteso di  $X$ .

$$f_X(x) = \left\{ \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right. \qquad \qquad f_Z(z) = \left\{ \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right. \qquad \qquad \mathbf{E}(X) =$$