UNIVERSITA' DEGLI STUDI di ROMA "LA SAPIENZA"
Anno Accademico 2011 – 2012 – Ing. Aerospaziale

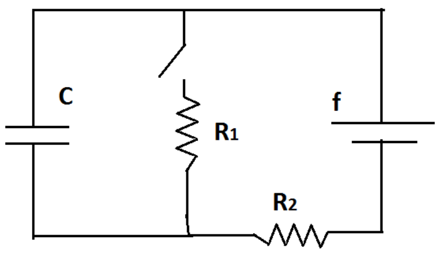
Esame di Elettromagnetismo (ord. 509, 6 CFU)

Prova scritta del 14 febbraio 2012

(esercizi : 6 punti ciascuno; quesiti: 4 punti ciascuno)

1) In un guscio sferico di raggio interno R_1 ed esterno R_2 è data una distribuzione di carica a simmetria sferica di densità costante ρ. Determinare l'espressione del potenziale in tutto lo spazio. Inoltre calcolare il valore del potenziale al centro considerando che $R_2 = 2R_1$.
(Q=7μC; $R_1 = 90cm$)

2) Il circuito in figura è a regime con l'interruttore aperto. Al tempo t=0 l'interruttore chiude il circuito. Determinare l'andamento nel tempo della carica sul condensatore.



3) Un disco metallico di raggio *a* può ruotare attorno al suo asse (ortogonale al disco e passante per il suo centro) ed è immerso in un campo magnetico B uniforme diretto lungo l'asse. Due contatti striscianti sono collocati a distanza *a* e *a/2* sul disco e si chiudono su una resistenza *R*. Avendo a disposizione una forza di modulo *F* per far ruotare il disco e applicandola nella condizione più efficiente, determinare la velocità angolare a regime (trascurare le correnti parassite).
(*f* =0.1N; *B*=0,1T; *a*=40cm; *R*=0,6mΩ)

a) Definire la densità di corrente e l'intensità di corrente in funzione delle grandezze microscopiche ed esprimere la legge di Ohm in forma locale.
b) Illustrare un esempio in cui la legge di Faraday-Neumann-Lenz è giustificata dalla forza di Lorentz
c) Dimostrare la non correttezza della legge di Ampère in condizioni non stazionarie e ricavare la correzione di Maxwell

UNIVERSITA' DEGLI STUDI di ROMA "LA SAPIENZA"
Anno Accademico 2011 – 2012 – Ing. Aerospaziale

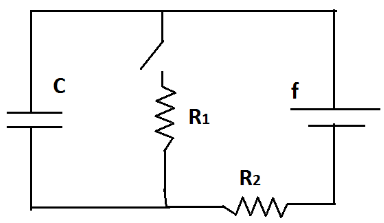
Esame di Fisica II (ord. 270, 9 CFU)

Prova scritta del 14 febbraio 2012

(esercizi: 6 punti ciascuno; quesiti: 3 punti ciascuno)

1) In un guscio sferico di raggio interno R_1 ed esterno R_2 è data una distribuzione di carica a simmetria sferica di densità costante ρ. Determinare l'espressione del potenziale in tutto lo spazio. Inoltre calcolare il valore del potenziale al centro considerando che $R_2 = 2R_1$.
(Q=7μC; $R_1 = 90cm$)

2) Il circuito in figura è a regime con l'interruttore aperto. Al tempo t=0 l'interruttore chiude il circuito. Determinare l'andamento nel tempo della carica sul condensatore.



3) Un disco metallico di raggio *a* può ruotare attorno al suo asse (ortogonale al disco e passante per il suo centro) ed è immerso in un campo magnetico B uniforme diretto lungo l'asse. Due contatti striscianti sono collocati a distanza *a* e *a/2* sul disco e si chiudono su una resistenza *R*. Avendo a disposizione una forza di modulo *F* per far ruotare il disco e applicandola nella condizione più efficiente, determinare la velocità angolare a regime (trascurare le correnti parassite).
(*f* =0.1N; *B*=0,1T; *a*=40cm; *R*=0,6mΩ)

4) Un'onda piana elettromagnetica monocromatica è utilizzata in un'esperienza di interferenza da doppia fenditura (con distanza *d* tra le fenditure), prima nel vuoto e poi in un dielettrico omogeneo e isotropo. Considerando la posizione x_0 (asse *x* lungo lo schermo con posizione *x*=0 del massimo centrale) del primo massimo su uno schermo posto a distanza *L*>>*d* nel vuoto, con la presenza del dielettrico essa ha uno spostamento del 30%. Determinare il verso di spostamento e la costante dielettrica relativa del dielettrico.
$\mu_r \cong 1$

a) Illustrare un esempio in cui la legge di Faraday-Neumann-Lenz è giustificata dalla forza di Lorentz.
b) Dimostrare la non correttezza della legge di Ampère in condizioni non stazionarie e ricavare la correzione di Maxwell.

1) Utilizzando la legge di Gauss si ricavano le espressioni per il modulo del campo elettrico:

per $0 \leq r \leq R_1$ $\quad E_1=0$

per $R_1 \leq r \leq R_2$ $\quad E_2(r) = \frac{\rho}{3\varepsilon_0}\frac{r^3-R_1^3}{r^2} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{r^3-R_1^3}{r^2\left(R_2^3-R_1^3\right)}$

per $R_2 \leq r$ $\quad E_3(r) = \frac{\rho}{3\varepsilon_0}\left(R_2^3-R_1^3\right)\frac{1}{r^2} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r^2}$

Considerando che per il potenziale $V(\infty) = 0$

per $R_2 \leq r$ $\quad V_3(r) = \int_r^{\infty} E_3 dr = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r}$

per $R_1 \leq r \leq R_2$ $\quad V_2(r) = V_3(R_2) + \int_r^{R_2} E_2 dr = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{R_2} + \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{R_2^3-R_1^3}\left[\frac{R_2^2-r^2}{2} + \right.$
$\left. + \frac{R_1^3}{R_2} - \frac{R_1^3}{r}\right]$

per $R_2 \leq r$ $\quad V_1 = V_2(R_1) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{R_2} + \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{R_2^3-R_1^3}\left[\frac{R_2^2-{R_1}^2}{2} + \frac{R_1^3}{R_2} - R_1^2\right]$

$V_1 = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{9}{14}\frac{1}{R_1}$ =45.000V

2) Carica sul condensatore a circuito aperto: $Q_i(0) = Cf$.

A regime, a circuito chiuso: $Q_f(\infty) = C\frac{R_1}{R_1+R_2}f$

Andamento caratteristico: $Q(t) = a + be^{-t/\tau}$ con $Q_f = a,\ \ Q_i = a + b$ per cui $b = Q_i - Q_f$ e quindi

$Q(t) = Q_i e^{-t/\tau} + Q_f\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$

Dove

$\tau = \frac{R_1 R_2}{R_1+R_2}$C

3) Area del settore circolare spazzata dalla linea che congiunge i due contatti per una rotazione del disco di angolo $d\alpha$:

$$ds = \frac{1}{2}a^2 d\alpha - \frac{1}{2}\frac{a^2}{4}d\alpha = \frac{3}{8}a^2 d\alpha$$

$f = -\frac{d\varphi}{dt} = -B\frac{3}{8}a^2\omega$.

La potenza dissipata sulla resistenza è $P = \frac{f^2}{R}$. La potenza fornita al disco è $P = M\omega$ con $M = Fa$ quindi $Fa = \frac{f^2}{\omega R} = \frac{9}{64}\frac{B^2a^4}{R}\omega$ quindi

$\omega = \frac{64}{9}\frac{RF}{B^2a^3} = 0{,}67 rad/s$

4) Condizione di interferenza: $kdSin\vartheta = 2\pi m$ ordine del primo massimo, $m = 1$.

$k = 2\pi/\lambda$, $Sin\vartheta \cong \vartheta \cong \frac{x}{L}$ quindi nel vuoto la posizione del primo massimo sarà

$x_0 = \frac{L\lambda_0}{d}$, in presenza del dielettrico la lunghezza d'onda sarà $\lambda_1 = \frac{V}{f} = \frac{c/n}{f} = \frac{\lambda_0}{n}$ dove V è la velocità nel dielettrico, f la frequenza e n l'indice di rifrazione del mezzo per cui nel dielettrico la posizione del primo massimo sarà $x_1 = \frac{L\lambda_1}{d} = \frac{L\lambda_0}{d}\frac{1}{n}$.

Lo spostamento sarà quindi negativo (verso il massimo centrale) e pari a

$$\Delta x \equiv x_1 - x_0 = \frac{L\lambda_0}{d}\frac{1}{n} - \frac{L\lambda_0}{d} = \frac{L\lambda_0}{d}\ \ \frac{1}{n} - 1$$

Quindi

$$\varepsilon_r = n^2 = \frac{1}{1 + \frac{d}{L\lambda_0}\Delta x^{\quad 2}} = \frac{1}{1 + \frac{\Delta x}{x_0}^{\ 2}}$$

$\frac{\Delta x}{x_0} = -30\% = -0{,}3$ quindi $\varepsilon_r = 2{,}04$