PROBABILITA' E STATISTICA – 5 Giugno 2019. Ing. Meccanica

Scrivere le risposte negli appositi spazi
Motivare *dettagliatamente* le risposte su fogli allegati

Cognome:	**Nome:**	**Matricola:**

1. Si consideri una scatola con tre dadi a sei facce, due dei quali sono equilibrati, mentre il terzo è truccato e dà 1 con probabilità 1/2 e gli altri numeri $i \in \{2,...,6\}$ con probabilità 1/10. Si sceglie a caso un dado, se il risultato del lancio è 1 oppure 2 vince Alessio, altrimenti vince Bruno.
   Qual è la probabilità p che vinca Alessio?
   Supposto che vinca Alessio, qual è la probabilità α_1 che il dado estratto sia quello truccato?
   Se si reinserisce il dado e si ripete l'estrazione e il lancio del dado per 10 volte, qual è la distribuzione del numero X di volte che vince Alessio?

   $p =$ $\qquad\qquad$ $\alpha_1 =$ $\qquad\qquad$ $X \sim$

2. Un'urna contiene 5 palline bianche e 3 nere. Vengono estratte palline una alla volta con le seguenti regole: se la pallina estratta è bianca NON viene reinserita, mentre se è nera viene reinserita nell'urna, poi si procede alla estrazione successiva.
   Calcolare la probabilità p_0 che venga estratta pallina bianca alla prima estrazione.
   Calcolare la probabilità p_1 che le prime due palline estratte siano dello stesso colore, e la probabilità p_2 dell'evento A={almeno una delle prime due estratte è bianca}.

   $p_0 =$ $\qquad\qquad$ $p_1 =$ $\qquad\qquad$ $p_2 =$

3. Sia (X,Y) un vettore aleatorio che prende valori nel quadrato $[1,2]\times[0,1]$ con densità congiunta

$$f(x,y) = \begin{cases} c(x^2 - xy), & 1 \le x \le 2,\ 0 \le y \le 1 \\ 0 & \text{altrove} \end{cases}$$

   Determinare la costante c e le densità marginali di X e di Y. Determinare $\mathbb{E}(X)$, $\mathbb{E}(Y)$ e $\mathrm{Cov}(X,Y)$. X ed Y sono indipendenti?

   $c =$ $\qquad\qquad$ $f_X(x) = \begin{cases} \\ \\ \end{cases}$ $\qquad\qquad$ $f_Y(y) = \begin{cases} \\ \\ \end{cases}$

   $\mathbb{E}(X) =$ $\qquad\qquad$ $\mathbb{E}(Y) =$ $\qquad\qquad$ $\mathrm{Cov}(X,Y) =$

   X e Y sono indipendenti?

4. Sia $X = (X_1,...,X_n)$ un campione statistico estratto da una variabile avente densità per $x > 0$ pari a $\frac{1}{\lambda}e^{-\frac{1}{\lambda}x}$ e 0 altrove. Si determini lo stimatore $\hat{\lambda}$ di massima verosimiglianza di λ e si stabilisca se è non distorto.

   $\hat{\lambda} =$ $\qquad\qquad$ E' non distorto?

5. Si considera un campione di $n = 30$ sigarette per determinare il contenuto di nicotina. Il valor medio della nicotina nel campione è 1 mg. Calcolare l'intervallo I_1 di confidenza al 99% per il contenuto medio di nicotina di quel tipo di sigarette sapendo che la deviazione standard risulta essere 0.1 mg. Se la deviazione standard non fosse nota e se la varianza campionaria fosse 0.08 quale sarebbe l'intervallo I_1 di confidenza ?

$I_1 =$ $\qquad\qquad$ $I_2 =$

PROBABILITÀ E STATISTICA – 11 Luglio 2019. Ing. Meccanica

Scrivere le risposte negli appositi spazi
Motivare *dettagliatamente* le risposte su fogli allegati

Cognome:	**Nome:**	**Matricola:**

1. Si considerino 2 urne: l'urna A contiene 4 palline rosse e 2 nere, mentre l'urna B contiene 2 rosse e 4 nere. Si lancia una sola volta una moneta equa, se esce testa si estraggono 2 palline con reinserimento dall'urna A, mentre se esce croce si estraggono 2 palline con reinserimento dall'urna B.
   Qual è la probabilità p che la prima pallina estratta sia rossa?
   Supposto che le due palline estratte siano entrambe rosse, qual è la probabilità p_1 che esca testa dal lancio della moneta?

   $p =$ $\qquad\qquad$ $p_1 =$

2. Sia (X, Y) un vettore aleatorio discreto con la seguente distribuzione congiunta di probabilità

p(x, y)	Y = 1	Y = 2	Y = 3	Y = 4
X = -1	1/7	1/14	0	0
X = 0	3/14	1/14	1/7	1/7
X = 1	0	0	0	3/14

   Calcolare il valor atteso delle variabili X e Y ed il valor atteso della variabile X supposto che $Y = 2$. Stabilire se X e Y sono stocasticamente indipendenti.

   $\mathbb{E}(X) =$ $\qquad\qquad$ $\mathbb{E}(Y) =$ $\qquad\qquad$ $\mathbb{E}(X|Y = 2) =$

   X ed Y sono indipendenti?

3. Sia (X, Y) un vettore aleatorio con densità congiunta

$$f(x, y) = \begin{cases} 6\frac{e^{-3y}}{x^3}, & x \geq 1,\ y \geq 0 \\ 0 & \text{altrove} \end{cases}$$

   Determinare le densità marginali di X e di Y. X ed Y sono stocasticamente indipendenti?
   Si calcoli la probabilità $p = P((X, Y) \in Q)$, dove Q è il quadrato avente vertici $(1, 0)$, $(1, 1)$, $(2, 1)$, $(2, 0)$.

$$f_X(x) = \begin{cases} \\ \\ \end{cases} \qquad\qquad f_Y(y) = \begin{cases} \\ \\ \end{cases}$$

   X ed Y sono indipendenti? $\qquad\qquad$ $p =$

4. Sia $X = (X_1,...,X_n)$ un campione statistico estratto da una variabile avente densità per $x > 0$ pari a $\lambda e^{-\lambda x}$ e 0 altrove.

$$\hat{\lambda} =$$

5. Si considera un campione di $n = 20$ auto di tipologia X per determinare l'emissioni di CO2/Km. Il valor medio di CO2/Km nel campione è 115 g/Km. Calcolare l'intervallo I_1 di confidenza al 99% per il contenuto medio di CO2/Km di quel tipo di auto sapendo che la deviazione standard risulta essere 1.

$$I_1 =$$