METODI MATEMATICI PER L'INGEGNERIA
Laurea Magistrale in Ingegneria Meccanica
Esame 20 gennaio 2020

Nome e Cognome ________________________________ **matricola** ________________

Firma ____

MOTIVARE TUTTE LE RISPOSTE

E 1 Data la funzione periodica di periodo $T = \frac{\pi}{3}$ e definita nell'intervallo $[-\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{6})$ come

$$f(x) = x^k \cos x, \quad k \in \{0, 1, 2, ...\}$$

(i) In dipendenza del parametro k, dire (motivando) come converge la sua serie di Fourier in R (puntualmente, totalmente, in media quadratica) e dire quanto vale la sua somma $S(x)$ per ogni punto $x \in R$.

(ii) Calcolare $S(\frac{13}{4}\pi)$ e $S(\frac{7\pi}{6})$ in dipendenza dei valori di k.

E 2 Dire, motivando la risposta, se le seguenti funzioni sono trasformate di Laplace di segnali e, in caso positivo, risalire al segnale usando la formula di inversione:

$$F_1(s) = \frac{e^{-3s}}{s^3 - i},$$

$$F_2(s) = s,$$

$$F_3(s) = \frac{1}{e^{-3si} - 2}.$$

E 3 Data la seguente serie definita in campo complesso:

$$\sum_{n=1}^{+\infty}(-1)^{n-1}\frac{1}{n^{|z|}} \qquad z \in C,$$

dire dove converge puntualmente, dove uniformemente, dove assolutamente e dove totalmente.

D 1

(i) Definizione e proprietà della funzione potenza z^β, $\beta \in C$, $z \in C^*$.

(ii) Trovare l'insieme di definizione e di olomorfia della funzione

$$f(z) = (1 - z^2)^{i\pi}$$

e dire se in tale insieme la funzione ammette primitiva motivando la risposta.

D2

(i) Dimostrare che una funzione $f(z)$ olomorfa in un aperto semplicemente connesso ammette primitiva in tale un aperto.

(ii) Mostrare con un esempio che la condizione che l'aperto sia semplicemente connesso è solo sufficiente ma non necessaria perchè una funzione olomorfa in A ammetta primitiva in A.