

METODI MATEMATICI PER L'INGEGNERIA
Laurea Magistrale in Ingegneria Meccanica

Esame del 10 aprile 2019

Nome e Cognome _____ matricola _____

Firma _____

MOTIVARE TUTTE LE RISPOSTE

E 1 Calcolare, usando i metodi della variabile complessa,

$$(v.p) \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\operatorname{sen} x \cos x}{2x^2 - x} dx$$

E 2

- (i) Trovare i punti singolari di

$$f(z) = \frac{1}{e^z + 2\pi}$$

e dire di che tipo di singolarità si tratta.

- (ii) Sia
- γ
- il bordo del rettangolo

$$T = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : a \leq x \leq b, c \leq y \leq d\}$$

Determinare le condizioni su a, b, c, d perché si abbia $\int_{\gamma} f(z) dz = 0$.

E 3

- (i) Individuare l'insieme di convergenza puntuale A e la funzione limite $f(x)$, della seguente successione di funzioni definita per $x \in \mathbb{R}$

$$f_n(x) = \frac{|x|^n}{|x|^{2n} + 1}.$$

- (ii) Dire se la convergenza é uniforme in A ; se non lo é, individuare un sottoinsieme di A in cui c'è convergenza uniforme.

D 1

- (i) Definizione di serie di Fourier di una funzione periodica di periodo 2π e sommabile in $[-\pi, \pi]$
- (ii) Dare un esempio (analitico) di funzione $f(x)$ periodica di periodo 2π e sommabile in $[-\pi, \pi]$ la cui serie di Fourier non converge totalmente in \mathbb{R} . Motivare perché non si può avere convergenza totale e dire quanto vale la somma $S(x)$ in ogni punto $x \in \mathbb{R}$.

D 2

- (i) Definizione di ascissa di convergenza di un segnale $f(t)$ e di trasformata di Laplace.
(ii) Calcolare l'ascissa di convergenza del segnale

$$f(t) = t^2 \chi_{[0,5]}(t) + 2\chi_{(5,+\infty)}(t)$$

dove

$$\chi_E(t) = \begin{cases} 1 & t \in E \\ 0 & t \notin E \end{cases}$$

(funzione caratteristica di un insieme)