

**METODI MATEMATICI PER L'INGEGNERIA**  
**Laurea Magistrale in Ingegneria Meccanica**

**Esame del 10 aprile 2019**

Nome e Cognome \_\_\_\_\_ matricola \_\_\_\_\_

Firma \_\_\_\_\_

**MOTIVARE TUTTE LE RISPOSTE**

**E 1** Calcolare, usando i metodi della variabile complessa,

$$(v.p) \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\operatorname{sen} x \cos x}{2x^3 + x} dx$$

**E 2**

- (i) Trovare i punti singolari di

$$f(z) = \frac{1}{e^z + 2\pi}$$

e dire di che tipo di singolarità si tratta.

- (ii) Sia
- $\gamma$
- il bordo del rettangolo

$$T = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : a \leq x \leq b, c \leq y \leq d\}$$

Determinare le condizioni su  $a, b, c, d$  perché si abbia  $\int_{\gamma} f(z) dz = -\frac{1}{2\pi}$ .

**E 3**

- (i) Individuare l'insieme di convergenza puntuale  $A$  e la funzione limite  $f(x)$ , della seguente successione di funzioni definita per  $x \in \mathbb{R}$

$$f_n(x) = \frac{|x|^n}{|x|^n + 1}.$$

- (ii) Dire se la convergenza é uniforme in  $A$ ; se non lo é, individuare un sottoinsieme di  $A$  in cui c'è convergenza uniforme.

**D 1**

- (i) Definizione di serie di Fourier di una funzione periodica di periodo  $2\pi$  e sommabile in  $[-\pi, \pi]$
- (ii) Dare un esempio (analitico) di funzione  $f(x)$  periodica di periodo  $2\pi$  e sommabile in  $[-\pi, \pi]$  la cui serie di Fourier non converge totalmente in  $\mathbb{R}$ . Motivare perché non si può avere convergenza totale e dire quanto vale la somma  $S(x)$  in ogni punto  $x \in \mathbb{R}$ .

**D 2**

- (i) Definizione di ascissa di convergenza di un segnale  $f(t)$  e di trasformata di Laplace.  
(ii) Calcolare l'ascissa di convergenza del segnale

$$f(t) = t^4 \chi_{[0,5]}(t)$$

dove

$$\chi_E(t) = \begin{cases} 1 & t \in E \\ 0 & t \notin E \end{cases}$$

(funzione caratteristica di un insieme)