METODI MATEMATICI PER L'INGEGNERIA
Laurea Magistrale in Ingegneria Meccanica

Esame del 12 settembre 2019

Nome e Cognome ____ **matricola** __________________

Firma ____

MOTIVARE TUTTE LE RISPOSTE

E 1 Determinare l'insieme dei punti singolari della funzione

$$f(z) = e^{z\alpha} z^k \quad z \in C$$

al variare dei parametri $k \in \{..., -2, -1, 0, 1, 2, ..\}$ e di $\alpha \in \{0, 1, 2, ..\}$, classificarli e calcolarne il residuo.

E 2

(i) Scrivere la parte singolare dello sviluppo in serie di Laurent attorno a $z_0 = 0$ della funzione

$$f(z) = \frac{senz}{6\,z^2 cosz}$$

(i) Calcolare il seguente integrale

$$\int_\gamma \frac{senz}{6\,z^2 cosz}\,dz$$

dove γ è la circonferenza di centro l'origine e raggio π.

E 3 Data la serie in campo complesso

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{e^{inz}}{n^2}, \;\; z \in C$$

studiarne la convergenza assoluta e totale in C.

Nome e Cognome ____ **matricola** ____________________ 1.4

D 1

(i) Provare, usando le condizioni di Cauchy-Riemann in coordinate polari, che la funzione $Log z$, $z \in C^*$ (determinazione principale del logaritmo) è olomorfa in C^{**}, mentre non è derivabile nei punti $\{z = x + iy : x \leq 0, y = 0\}$.

(ii) **Facoltativo**: provare, a partire dalle condizioni di Cauchy-Riemann in coordinate cartesiane, le condizioni di Cauchy-Riemann in coordinate polari.

D2

(i) Provare, usando la definizione, che la trasformata di Laplace di un segnale $f(t)$ con ascissa di convergenza $\sigma[f]$ è limitata in ogni semipiano definito da $Re(z) \geq \sigma_0 > \sigma[f]$.

(ii) Dare un esempio esplicito di funzione che non è trasformata di Laplace di alcun segnale $f(t)$, motivando la risposta.