**METODI MATEMATICI PER L'INGEGNERIA**
**Laurea Magistrale in Ingegneria Meccanica**

**Esame 18 luglio 2018**

**Nome e Cognome** ______________________________ **matricola** ______________

**Firma** ____________________________________________

**MOTIVARE TUTTE LE RISPOSTE**

**E 1** Scrivere lo sviluppo in serie di Laurent di centro $z_0 = 0$ della seguente funzione

$$f(z) = \frac{1}{(z-2i)^2} \quad z \in C,$$

in un intorno forato di centro $z_0 = 0$ precisando il raggio dell'intorno.

**E 2**

(i) Calcolare

$$\int_\gamma (\frac{e^z}{z^3} - |z|\bar{z})dz.$$

dove $\gamma$ é la circonferenza di centro l'origine e raggio 3 e $\bar{z}$ è il coniugato di $z$.

(ii) Cosa si puó dedurre sull'esistenza della primitiva della funzione $f(z) = (\frac{e^z}{z^3} - |z|\bar{z})$?

**E 3**

(i) Data la seguente serie di potenze in campo complesso

$$\sum_{n=0}^{\infty} e^{i\pi n}(z-2i)^n,\ z \in C,$$

trovare il suo raggio di convergenza e dire dove converge assolutamente e totalmente.

(ii) Determinare $a_n$ in modo tale che la serie

$$\sum_{n=0}^{\infty} e^{i\pi n} a_n (z-2i)^n,\ z \in C,$$

converga totalmente in tutto l'insieme di convergenza assoluta.

**Nome e Cognome** ______________________________ **matricola** ____________________ 2.4

**D 1**

(i) Dato lo sviluppo in serie di Laurent di una funzione $f(z)$ di centro un punto $z_0$ singolarità eliminabile, dire (motivando la risposta) come è fatta la parte singolare di tale sviluppo.

(ii) Dare un esempio di funzione $f(z)$ che abbia in $z_0 = 1$ una singolarità di tipo polo di ordine n con residuo nullo e di una funzione $f(z)$ che abbia in $z_0 = 1$ una singolarità di tipo polo di ordine n con residuo diverso da zero.

**D 2**

(i) Definizione di ascissa di convergenza e di trasformata di Laplace di un segnale.

(ii) Dato il segnale $f(t)$, definito da

$$f(t) = \begin{cases} e^{3+it} & \text{se} \quad 0 \leq \mathrm{t} \leq 4 \\ \\ H(t) & \text{se} \quad \mathrm{t} > 4 \end{cases}$$

($H(t)$ funzione gradino unitario), calcolare l'ascissa di convergenza $\sigma[f]$.

(spiegare il calcolo, non basta il risultato)

(iii) Calcolare la trasformata di Laplace del segnale.