

**METODI MATEMATICI PER L'INGEGNERIA**  
**Laurea Magistrale in Ingegneria Meccanica**

**Esame del 18 luglio 2019**

Nome e Cognome \_\_\_\_\_ matricola \_\_\_\_\_

Firma \_\_\_\_\_

**MOTIVARE TUTTE LE RISPOSTE**

**E 1** Calcolare il seguente integrale

$$\int_{\gamma} \frac{1}{(1-z)(e^z-1)} dz$$

dove

a)  $\gamma$  è la curva definita da  $|z-1| = \frac{1}{2}$

b)  $\gamma$  è la curva definita da  $|z-1| = 7$

**E 2** Data la funzione

$$f(z) = z \operatorname{Log} z \quad z \in C^*,$$

trovarne la parte reale e la parte immaginaria nel semipiano  $\{z \in C : \operatorname{Re}(z) > 0\}$  e verificarne l'olomorfia in tale regione, usando le condizioni di Cauchy-Riemann.

**E 3** Trovare l'insieme di convergenza puntuale  $A$  e la funzione limite  $f(x)$  della seguente successione di funzioni:

$$f_n(x) = \frac{\text{sen}(nx)}{nx} \quad x \in (0, +\infty)$$

Dire se la convergenza è uniforme in  $A$ . Se non lo è in  $A$ , trovare almeno un sottoinsieme di  $A$  in cui la successione converga uniformemente.

**D 1**

- (i) Enunciare la condizione necessaria e sufficiente affinché una funzione definita e continua in un aperto connesso  $A$  ammetta primitiva in  $A$ .
- (ii) Dire per quali valori di  $k \in \{1, 2, 3, \dots\}$  la funzione

$$f(z) = z^2 \operatorname{sen}\left(\frac{1}{z^k}\right) \quad z \in C^*$$

ammette primitiva in un intorno forato dell'origine di raggio  $r$

**D2**

- (i) Enunciare e dimostrare il teorema di integrazione termine a termine per serie di potenze in campo reale.
- (ii) Calcolare il seguente integrale con un errore inferiore a  $10^{-4}$ :

$$\int_0^1 x^{10} \operatorname{sen}(x^2) dx$$