

**METODI MATEMATICI PER L'INGEGNERIA**  
**Laurea Magistrale in Ingegneria Meccanica**

**Esame del 19 febbraio 2018**

Nome e Cognome \_\_\_\_\_ matricola \_\_\_\_\_

Firma \_\_\_\_\_

**MOTIVARE TUTTE LE RISPOSTE**

**E 1** Scrivere lo sviluppo in serie di Taylor di punto iniziale  $x_0 = 0$  della seguente funzione

$$f(x) = \int_0^1 \text{sen}(x^2 y^{\frac{1}{2}}) dy$$

motivando i passaggi.

**E 2** Data  $f(t)$  periodica di periodo 6 e definita in  $[0, 6)$  come

$$f(t) = \begin{cases} \frac{1}{|t-4|^\alpha} & t \in [0, 6) - \{4\} \\ 0 & t = 4 \end{cases},$$

-dire per quali valori di  $\alpha \in \mathbb{R}$   $f(t)$  è regolare a tratti in  $\mathbb{R}$ ,

-per quei valori calcolare la somma  $S(t)$  della sua serie di Fourier nei punti  $t = 12$  e  $t = 3$ ,

-trovare almeno un intervallo di convergenza uniforme per la serie di Fourier di  $f(x)$

**E 3** Data la funzione

$$F(z) = \frac{1}{z^2(z-i)^2} \quad z \in \mathbb{C},$$

stabilire, motivando la risposta, se esiste un segnale  $f(t)$  di cui  $F(z)$  è trasformata di Laplace e, in caso affermativo, calcolarlo.

**D 1**

(i) Enunciare la condizione necessaria e sufficiente perché  $f(z)$  ammetta primitiva in un aperto connesso  $A$  del piano complesso

(ii) Spiegare perché

$$f(z) = \operatorname{sen}\left(\frac{1}{z}\right)$$

non ammette primitiva in  $A = \mathbb{C} - \{0\}$ .

(iii) Spiegare perché

$$f(z) = \operatorname{sen}\left(\frac{1}{z^2}\right)$$

ammette primitiva in  $A = \mathbb{C} - \{0\}$ .

**D2**

- (i) Definizione di residuo in un punto singolare isolato  $z_0$  per  $f(z)$  e metodi di calcolo del residuo.  
(ii) Dire per quali valori di  $\alpha \in Z$  ( $Z$  interi relativi)

$$\int_{\gamma} z^{\alpha} \cos\left(\frac{1}{z}\right) dz = 0$$

e per quali è diverso da zero, essendo  $\gamma$  la circonferenza di centro l'origine e raggio 5.