

**METODI MATEMATICI PER L'INGEGNERIA**  
**Laurea Magistrale in Ingegneria Meccanica**

**Esame del 20 settembre 2018**

**Nome e Cognome** \_\_\_\_\_ **matricola** \_\_\_\_\_

**Firma** \_\_\_\_\_

**MOTIVARE TUTTE LE RISPOSTE**

**E 1** Calcolare il seguente integrale

$$\int_0^1 \text{sen}[(1-x)^2] dx$$

con un errore inferiore a  $10^{-4}$ , motivando i passaggi.

**E 2** Data la funzione

$$F(z) = \frac{e^{-5z}}{(z-i)^2} \quad z \in C,$$

stabilire, motivando la risposta, se esiste un segnale  $f(t)$  di cui  $F(z)$  è trasformata di Laplace e, in caso affermativo, calcolare il segnale.

**E 3** Studiare la convergenza puntuale ed uniforme della seguente successione di funzioni in campo complesso

$$f_n(z) = (\sqrt[3]{1-z})^n \quad z \in R$$

dove  $\sqrt[3]{1-z}$  rappresenta la determinazione principale della potenza d'esponente  $\frac{1}{3}$ .

**D 1**

(i) Definizione di serie di Fourier di una funzione  $f(t)$  periodica di periodo  $2\pi$ .

Convergenza in media quadratica per la serie di Fourier di  $f(t)$  (precisare le ipotesi sotto cui vale).

(ii) Data  $f(t)$  periodica di periodo  $2\pi$  e definita in  $[-\pi, \pi)$  come

$$f(t) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt[5]{|t-1|}} & t \in [-\pi, \pi) - \{1\} \\ 1 & t = 1 \end{cases},$$

dire, motivando la risposta e senza calcolare i coefficienti di Fourier  $a_k$  e  $b_k$  di  $f(t)$  se la serie  $\sum_{k=1}^{+\infty} (a_k^2 + b_k^2)$  converge e calcolarne la somma.

**D2**

- (i) Definizione di esponenziale e logaritmo in campo complesso (tutte le determinazioni e determinazione principale).
- (ii) Trovare l'insieme di definizione e di olomorfia della funzione

$$f(z) = \text{Log}(a + z^2)$$

dove  $a$  è un numero reale positivo.

- (iii) Determinare  $a$  reale positivo in modo tale che la funzione  $f(z)$  sia olomorfa nel semipiano definito da  $\text{Re}(s) > 5$ .