METODI MATEMATICI PER L'INGEGNERIA
Laurea Magistrale in Ingegneria Meccanica

Esame del 21 gennaio 2019

Nome e Cognome ______________________________________ **matricola** __________________

Firma ____

MOTIVARE TUTTE LE RISPOSTE

E 1 Data la funzione periodica di periodo $\frac{\pi}{2}$ e definita nell'intervallo $[-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4})$ come

$$f(x) = \begin{cases} |x|^\alpha & x \neq 0 \\ \\ 0 & x = 0 \end{cases}$$

con $\alpha \in R$,

(i) dire (ricordando le definizioni) per quali valori di α la funzione è continua a tratti in R, per quali è regolare a tratti in R e per quali è di quadrato sommabile in un intervallo di ampiezza un periodo.

(ii) detta $S(x)$ la somma della serie di Fourier di $f(x)$, calcolare, per i valori di α per cui la funzione è regolare a tratti, i valori $S(\frac{5}{4}\pi)$ e $S(\frac{1+6\pi}{2})$

E 2

(i) Calcolare, usando la trasformata di Laplace, il segnale che soddisfa il seguente problema

$$\begin{cases} y''(t) = \displaystyle\int_0^t y(\tau)d\tau \quad t \geq 0 \\ y(0) = 1 \\ y'(0) = 1 \end{cases}$$

(ii) Determinare il limite per t che tende all'infinito della soluzione trovata.

E 3

(i) Data la serie di funzioni in campo complesso

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n+1} e^{-z^2 n}$$

studiarne la convergenza assoluta e totale.

(ii) Le convergenze possono migliorare se i coefficienti $a_n = \frac{1}{n+1}$ sono sostituiti da $a_n = \frac{1}{(n+1)^\beta}$ con $\beta > 0$ opportuno?

Nome e Cognome ____ **matricola** ____________________ 1.4

D 1

(i) Enunciare e dimostrare il teorema integrale di Cauchy.

(ii) Provare che, data $f(z)$ analitica in un aperto connesso A, mai nulla in A e γ una curva regolare chiusa contenuta in A, si ha

$$\int_\gamma \frac{f'(z)}{f(z)}\, dz = 0$$

.

Nome e Cognome ______________________________ **matricola** ________________ 1.5

D2

(i) Definizione di residuo in un punto singolare isolato e metodi di calcolo.

(ii) Calcolare il seguente integrale, al variare di k nell'insieme $\{... - n, ... - 3, -2, -1\}$

$$\int_\gamma \frac{1}{z^k}\, sen \frac{1}{z}\, dz$$

dove γ è la circonferenza di centro l'origine e raggio 1.