METODI MATEMATICI PER L'INGEGNERIA
Laurea Magistrale in Ingegneria Meccanica

Esame del 25 gennaio 2018

Nome e Cognome ________________________________ **matricola** ________________

Firma ____

MOTIVARE TUTTE LE RISPOSTE

E 1 Calcolare, con i metodi della variabile complessa, il seguente integrale sull'asse reale

$$(V.P.)\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{cos x}{(x^2+3x+1)(x-2)}dx$$

.

E 2 Determinare la soluzione $y(t)$ (dipendente dal parametro n) del problema

$$\begin{cases} y''(t) + y(t) = H(t) \quad t \geq 0 \\ \\ y(0) = a_n \\ \\ y'(0) = 0 \end{cases}$$

dove $(a_n)_{n \in N}$ è una successione convergente a $l \in R$.

Denotando $y(t)$ con $y_n(t)$ (perché dipendente da n), determinare $\lim\limits_{n \to +\infty} y_n(t)$, per ogni $t \geq 0$, in dipendenza di l.

E 3 Data la funzione

$$f(z) = Log\big(1 - \frac{1}{z^3}\big) + \frac{1}{z-7} \qquad z \in C,$$

individuare le due regioni del piano complesso in cui è sviluppabile in serie di Laurent di centro $z_0 = 0$.

Scrivere lo sviluppo di Laurent nelle due regioni.

D 1

(i) Dare la definizione di convergenza puntuale e uniforme per una successione di funzioni $(f_n(z))_{n\in N}$, $z \in C$.

(ii) Data la successione di funzioni $(f_n(z))_{n\in N}$ di variabile complessa definita da

$$f_n(z) = (1 - |z|)^n, \quad z \in C$$

individuare l'insieme A di convergenza puntuale e la funzione limite $f(z)$. Dire se la convergenza è uniforme in A. Se non lo è, individuare almeno un sottoinsieme di A in cui ci sia convergenza uniforme.

D2

(i) Trovare le soluzioni di

$$e^z = 1 + i \qquad z \in C.$$

(ii) Determinare quelle che cadono nella striscia

$$\{z = x + iy : \ x \in R, \ 2\pi \leq y \leq 7\pi\}.$$

.

(iii) La funzione esponenziale ristretta alla striscia

$$\{z = x + iy : \ x \in R, \ -\pi < y \leq \pi\}$$

è invertibile. Trovare la funzione inversa.