

METODI MATEMATICI PER L'INGEGNERIA
Laurea Magistrale in Ingegneria Meccanica

Esame del 30 ottobre 2020

Nome e Cognome _____ matricola _____

Firma _____

MOTIVARE TUTTE LE RISPOSTE

E 1 Data la successione di funzioni di variabile complessa definita in $I = C$ come

$$f_n(z) = (e^z - 1)^n, \quad n \in N$$

- (i) Trovare l'insieme di convergenza puntuale A della successione e la funzione limite $f(z)$
(ii) Dire se la successione converge uniformemente in A e, in caso contrario, trovare in A un sottoinsieme di convergenza uniforme.

E 2 Calcolare il seguente integrale con i metodi della variabile complessa

$$(v.p.) \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{x(x-i+1)(x^2+2i)} dx.$$

D Per ciascuna delle seguenti tre domande si indichi la (sola) risposta esatta, motivandola brevemente

1) Data la funzione $f(t)$ periodica di periodo 3, definita nell'intervallo $[0, 3)$ come

$$\begin{cases} f(x) = \frac{1-e^{-x^\alpha}}{x^2} & x \neq 0 \\ 3 & x = 0 \end{cases}$$

dire per quali valori di $\alpha \geq 0$ la sua serie di Fourier converge in media quadratica.

- a) $\forall \alpha \geq 0$
b) $\alpha > \frac{3}{2}$
c) $\alpha > 3$

2) Dire per quali valori del parametro $k \in \{1, 2, 3, \dots\}$ la funzione

$$f(z) = \frac{\text{sen}(z^6)}{z^k},$$

soddisfa

$$\int_{\gamma} f(z) dz = 0,$$

essendo γ la circonferenza di centro l'origine e raggio r .

- a) $k \neq 8$

b) $k \neq 12n + 7 \quad n \in \mathbb{N}$

c) $\forall k \in \{1, 2, 3, \dots\}$

3) La trasformata di Laplace del segnale $y(t)$ che soddisfa il seguente problema

$$\begin{cases} y''(t) + \int_0^t y(\tau)d\tau = H(t-1) & t \geq 0 \\ y(0) = a \\ y'(0) = b \end{cases}$$

con $a, b \in \mathbb{R}$ è:

a)

$$Y(s) = \frac{as^2}{s^3 + 1} + \frac{bs}{s^3 + 1} + \frac{1}{s^3 + 1}$$

b)

$$Y(s) = \frac{as^2}{s^3 + 1} + \frac{bs}{s^3 + 1} + \frac{e^{-s}}{s^3 + 1}$$

c)

$$Y(s) = \frac{a}{s} + \frac{b}{s^2} + \frac{e^{-s}}{s^3}$$