METODI MATEMATICI PER L'INGEGNERIA
Laurea Magistrale in Ingegneria Meccanica

Esame del 24 giugno 2019

Nome e Cognome ______________________________ **matricola** ______________

Firma ____

MOTIVARE TUTTE LE RISPOSTE

E 1 Calcolare

$$\int_0^{1+\frac{i}{2}} z^2 \, dz$$

lungo la parabola $y = \frac{x^2}{2}$ con $0 \leq x \leq 1$ e lungo il segmento congiungente 0 e $1 + \frac{i}{2}$.

Verificare che il risultato è lo stesso e giustificare il motivo.

E 2 Scrivere lo sviluppo in serie di Laurent della funzione

$$f(z) = z^{2h} e^{\frac{1}{z}} \quad h \in Z$$

(Z denota gli interi relativi) attorno a $z_0 = 0$, specificando il raggio dell'intorno in cui vale lo sviluppo, il tipo di singolarità e il residuo al variare di h.

E 3

(i) Data la serie di funzioni in campo complesso

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \left[e^{-nz} - e^{-(n+1)z} \right] \quad z \in C$$

(i) Costruire esplicitamente la successione delle somme parziali n-me $(S_n(z))_{n \in N}$.

(ii) Studiare la convergenza puntuale e uniforme della serie.

D 1

(i) Definizione di ascissa di convergenza, semipiano di convergenza e trasformata di Laplace.

(ii) Dimostrare che

$$F(s) = \frac{e^{-s}}{s^2} \quad s \in C$$

è trasformata di Laplace di un segnale, mentre

$$F(s) = \frac{e^{-s^2}}{s^2} \quad s \in C$$

non lo è.

D2

(i) Scrivere l'eguaglianza di Parseval, indicando le ipotesi precise sotto cui vale.

(ii) Data la funzione periodica di periodo 2π definita da

$$f(t) = \begin{cases} x & -\pi \leq x \leq 0 \\ \\ x+1 & 0 < x < \pi, \end{cases}$$

dimostrare che

$$\lim_n \int_{-\pi}^{\pi} f(x)cos(nx)\,dx = \lim_n \int_{-\pi}^{\pi} f(x)sen(nx)\,dx = 0.$$