METODI MATEMATICI PER L'INGEGNERIA
Laurea Magistrale in Ingegneria Meccanica

Esame del 27 giugno 2018

Nome e Cognome ______________________________ **matricola** ______________

Firma ____

MOTIVARE TUTTE LE RISPOSTE

E 1 Data la funzione periodica di periodo π e definita nell'intervallo $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$ come

$$f(x) = x^3\, sen\, x,$$

(i) Dire (motivando) se la sua serie di Fourier converge puntualmente in R e dire quanto vale la sua somma $S(x)$ per ogni punto $x \in R$.

(ii) Calcolare $S(\frac{7}{2}\pi)$ e $S(\frac{13}{3}\pi)$

(iii) Individuare un intervallo in cui la serie di Fourier converga uniformemente.

E 2

(i) Calcolare, usando la trasformata di Laplace, il segnale che soddisfa il seguente problema

$$\begin{cases} y'(t) = -\displaystyle\int_0^t y(\tau)d\tau + a \quad t \geq 0 \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

con $a \in [-1, 1]$

(ii) Determinare il limite per t che tende all'infinito della soluzione trovata, al variare di $a \in [-1, 1]$

E 3

(i) Data la successione di funzioni in campo complesso

$$f_n(z) = |e^{z-1}|^n \quad z \in C, \ n \in N,$$

studiarne la convergenza puntuale ed uniforme.

(ii) Determinare una successione $(a_n)_{n\in N}$ (a valori reali o complessi) tale che la successione $g_n(z) = f_n(z)a_n$ converga uniformemente in tutto l'insieme A di convergenza puntuale.

Nome e Cognome ____**matricola** ______________________ 1.4

D 1 Data la curva γ_1 definita da

$$\gamma_1(t) = t + it^2, \; t \in [0, 1]$$

trovare una curva γ_2 tale che si abbia

$$\int_{\gamma_1} Log(z-1)dz = \int_{\gamma_2} Log(z-1)dz$$

motivando il risultato.

D2

(i) Enunciare e dimostrare il teorema integrale di Cauchy.

(ii) Calcolare il seguente integrale, al variare di k nell'insieme $\{.... -3, -2, -1, 0, 1\}$

$$\int_\gamma \frac{1}{(e^{iz}-1)^k dz}$$

dove γ è il bordo dell'insieme T definito da $T = \{(x, y) : -3\pi \leq x \leq 3\pi,\, x - 3\pi \leq y \leq x + 3\pi\}$.