UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI ROMA "LA SAPIENZA"
DIPARTIMENTO DI SCIENZE DI BASE E APPLICATE PER L'INGEGNERIA

PROVA SCRITTA DI FISICA I

Spazio riservato al giudizio

CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA ELETTRONICA

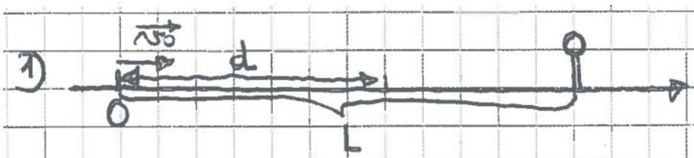
Prof. FRANCESCO MICHELOTTI

Cognome
Nome
Nato a
Matricola

SOLUZIONE DATA DA UNO DEGLI STUDENTI CHE HA SOSTENUTO L'ESAME SCRITTO

1) 5
2) 6
3) 6
4) 6
5) 6
6) 29/30

1)



d: percorso con moto rettilineo uniformemente decelerato
L − d: moto uniforme

$T = t^{*} + t^{**}$

T durata del moto
t^{*} tempo impiegato a percorrere il tratto d
t^{**} tempo impiegato a percorrere il tratto L − d

TRATTO d

$$\begin{cases} x(t) = \cancel{x_0} + v_0 t - \frac{1}{2} a t^2 \\ v(t) = v_0 - a t \end{cases} \qquad t_0 = 0, \quad a = |a|$$

$$d = v_0 t^{*} - \frac{1}{2} a t^{*2}$$

$$\frac{1}{2} a t^{*2} - v_0 t^{*} + d = 0$$

$$a t^{*2} - 2 v_0 t^{*} + 2d = 0$$

$$t^{*} = \frac{v_0 \pm \sqrt{v_0^2 - 2ad}}{a}$$

$$v(t^{*}) = v_0 - a\left(\frac{v_0 \pm \sqrt{v_0^2 - 2ad}}{a}\right) = \sqrt{v_0^2 - 2ad}$$

TRATTO L − d

$$\begin{cases} x(t) = x_0 + v_0 t = d + v(t^{*}) t \\ v(t) = v_0 = v(t^{*}) \end{cases} \qquad t_0 = 0$$

N.B. Il tempo di frenata è t^{*}, la velocità con cui l'automobile transita sotto il semaforo $v(t^{*})$.

$$t^{**} = \frac{v(t^*)}{L-d} \quad \left(\text{tempo impiegato a percorrere un tratto pari a } L-d \text{ a velocità costante } v(t^*)\right)$$

$$T = \underbrace{\frac{v_0 + \sqrt{v_0^2 - 2ad}}{a}}_{t^*} + \underbrace{\frac{\sqrt{v_0^2 - 2ad}}{L-d}}_{t^{**}}$$

$$Ta(L-d) = \left(v_0 + \sqrt{v_0^2 - 2ad}\right)(L-d) + a\sqrt{v_0^2 - 2ad}$$

$$\sqrt{v_0^2 - 2ad} = x$$

$$Ta(L-d) = (v_0 + x)(L-d) + ax$$

$$6000a = \left(15 + \sqrt{225 - 100a}\right) \cdot 200 + a\sqrt{225 - 100a}$$

$$6000a = 3000 + 200\sqrt{225 - 100a} + a\sqrt{225 - 100a}$$

$$6000a - 3000 = \sqrt{225 - 100a}\,(200 + a)$$

$$\frac{6000a - 3000}{200 + a} = \sqrt{225 - 100a}$$

$$36a^2 + 4a - 36 = 0 \qquad a = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 1296}}{36} \simeq -1{,}1\ m/s^2 \quad +1.64\ m/s^2$$

non poteva essere < 0

$a = |a|$

errore calcolo

DURATA FRENATA

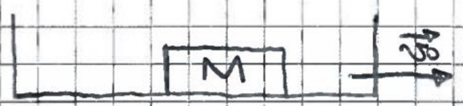
$$t^* = \frac{v_0 + \sqrt{v_0^2 - 2ad}}{a} = \cancel{23\ s} \quad 4.38\ s \qquad v_0 = 15\ m/s$$

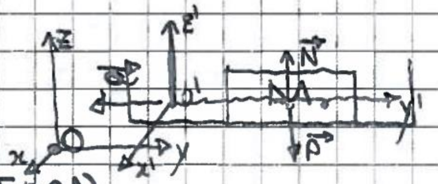
VELOCITA' DI TRANSITO

$$v(t^*) = \sqrt{v_0^2 - 2ad} = 11\ m/s = \cancel{39\ Km/h} \quad 28\ Km/h$$

5

2)





SISTEMA DI RIF. INERZIALE (TERRA)

La cassa decelera assieme al camion con decelerazione $\vec{a}$.

Non ci sono forze esterne che agiscono fatta eccezione per:

- $\vec{P}$
- $\vec{N}$
- $\vec{F_{AS}}$ (piano scabro)

$$\vec{F}^{(e)} = M\vec{a} \qquad \text{VALE IL II PRINCIPIO DELLA DINAMICA}$$

$$\cancel{\vec{P}} + \cancel{\vec{N}} + \vec{F_{AS}} = M\vec{a}$$

$$F_{AS} = Ma \qquad a \le \mu_s g$$

$$F_{AS} \le \mu_s Mg \quad \text{(piano orizzontale)}$$

$$\mu_s Mg = Ma \quad \text{VALORE MASSIMO per } a$$

$$a = \mu_s g = 2{,}9\ m/s^2$$

$$v(t) = v_0 - at, \quad t_0 = 0$$

t^* t.c. il camion si arresta

$$v(t^*) = 0$$

$$0 = v_0 - at^* \Rightarrow t^* = \frac{v_0}{a} = 4{,}79\ s$$

$$a = |a|$$

6

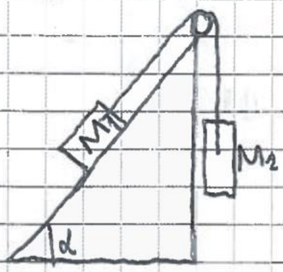
In alternativa, avrei potuto usare il sistema di rif. $O'x'y'z'$ solidale con il camion avendo l'accortezza di applicare $\vec{F}' = m\vec{a}'$ mettendo $\vec{a} = \vec{A} + \vec{a}'$

accelerazione del sistema

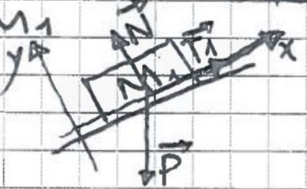
accelerazione massa M rispetto S.R. $O'x'y'z'$ con $\vec{a}' = 0$

N.B. $1 \frac{km}{h} = \frac{1000\,m}{3600\,s} = \frac{1}{3,6} \frac{m}{s}$ $\qquad$ $1 \frac{cm}{s} = 10^{-2} \frac{m}{s}$

3)



MASSA M_1

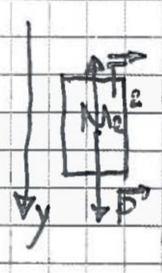


Il piano è liscio ⇒ UNICA REAZIONE VINCOLARE ORTOGONALE ALLO STESSO.

y) $N - M_1 g \cos\alpha = 0$

x) $T_1 - M_1 g \sin\alpha = M_1 a$

MASSA M_2



y) $M_2 g - T_2 = M_2 a$

a (proiezione su y)

PULEGGIA

⊙ VERSO POSITIVO z

$M^{(e)} = \frac{dP}{dt} = I_c\,\alpha$

$RT_1 - RT_2 = I_c\,\alpha$

Per come ho scelto i versi positivi degli assi x e y (M_1, M_2) e z (PULEGGIA):

$a = -\alpha R$

$$\begin{cases} RT_1 - RM_1 g \sin\alpha = RM_1 a \\ RM_2 g - RT_2 = RM_2 a \\ RT_1 - RT_2 = -\frac{I a}{R} \end{cases} \oplus \boxed{+RM_2 g - RM_1 g \sin\alpha = Ra(M_1 + M_2)}$$

$$-I\frac{a}{R^2} = Ra(M_1+M_2) + RM_1 g \sin\alpha - RM_2 g$$

$$a\left(\frac{I}{R^2} + M_1 + M_2\right) = M_2 g - M_1 g \sin\alpha$$

$$a = \frac{M_2 g - M_1 g \sin\alpha}{\frac{I}{R^2} + M_1 + M_2} = \frac{-22,86}{47} = -0,49 \frac{m}{s^2}$$

Mi aspettavo che potesse venire negativa perché M_1 ha massa maggiore di M_2, il piano è parecchio inclinato e liscio.

$T_1 = M_1(a + g\sin\alpha) = 40\,N < M_1 g \sin\alpha$ OK!

$T_2 = M_2(g - a) = 2 \times (9,81 + 0,49) = 20,6\,N > M_2 g$ OK!

6

4) 

Una palla che rotola ruota istantaneamente intorno al punto di contatto A.

ROTOLAMENTO PURO $\omega R = v \Rightarrow \omega_1 = \frac{v_1}{R}, \quad \omega_2 = \frac{v_2}{R}$

$\rightarrow I_A = I_C + MR^2$ HUYGHENS-STEINER

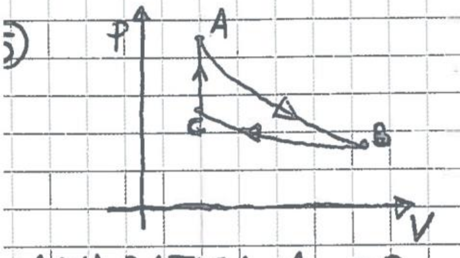
ENERGIA PERSA NELL'URTO

$$Q = E_K^{IN} - E_K^{FIN} = \frac{1}{2} I_A \omega_1^2 - \frac{1}{2} I_A \omega_2^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{7}{5} M \cancel{R^2}\right)\frac{v_1^2}{\cancel{R^2}} - \frac{1}{2}\cdot\frac{7}{5} M\cancel{R^2}\frac{v_2^2}{\cancel{R^2}}$$

$$= \frac{7}{10}\left(M v_1^2 - M v_2^2\right) = \frac{7}{\cancel{5}\,10} M (v_1^2 - v_2^2) = 0{,}07\,J \quad \left(\frac{7}{5} \times 2 \times (0{,}2^2 - 0{,}12^2)\right)$$

2

6−

5) 

RELAZIONE DI MEYER $C_p = C_v + R$

$C_v = C_p - R = \frac{5}{3} R$

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v} = \frac{\frac{8}{3}R}{\frac{5}{3}R} = \frac{8}{5}$$

ADABATICA A → B $\quad T_A V_A^{\gamma - 1} = T_B V_B^{\gamma - 1}$

$$\frac{T_A}{T_B} = \left(\frac{V_B}{V_A}\right)^{\gamma - 1} = 6^{3/5} = 2{,}93 \Rightarrow \frac{T_B}{T_A} = 0{,}34$$

$$\eta_C = 1 - \frac{T_F}{T_C} = 1 - \frac{T_B}{T_A} = 66\%$$

Siccome la trasformazione A → B è adiabatica $|Q_{AB}| = 0$.

$$\eta = 1 - \frac{|Q_F|}{|Q_C|} = 1 - \frac{nRT_B \ln\frac{V_B}{V_A}}{n\frac{5}{3}RT_B\left(\frac{T_A}{T_B} - 1\right)} = 1 - \frac{\ln 6}{\frac{5}{3}(2{,}93 - 1)} = 44\% < \eta_C$$

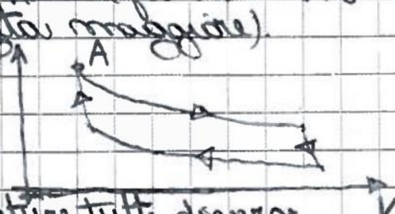
ISOTERMA ($\Delta U_{BC} = 0$)

$$|Q_F| = |Q_{BC}| = |L_{BC}| = nRT_B \ln\frac{V_B}{V_C} = nRT_B \ln\frac{V_B}{V_A}$$

ISOCORA

$$|Q_C| = |Q_{CA}| = Q_{CA} = nC_V(T_A - T_C) = nC_V(T_A - T_B) = nC_V T_B\left(\frac{T_A}{T_B} - 1\right)$$

$\eta < \eta_C$ nonostante le tre trasformazioni fossero reversibili (l'area compresa all'interno del grafico sarebbe stata maggiore).



N.B. Gli stati compresi tra C e A giacciono su infinite isoterme a temperature tutte diverse e comprese tra quella di C ($T_C = T_B$) e quella di A.

6+

$$\eta = \frac{|L|}{|Q_C|} = 1 - \frac{|Q_F|}{|Q_C|}$$