Soluzioni 11/09/2018

1) Il valore della velocità iniziale deve essere tale che, fissato μ, percorra il corpo la distanza data L nel tempo dato τ_1.

$$L = v_0 \tau_1 - \frac{1}{2} \mu g \tau_1^2$$

D'altra parte esiste un valore minimo di v che permetta l'arrivo al bordo con velocità finale nulla quindi in corrispondenza esiste un valore MAX di μ tale che

$$0 = v_{min} - \mu_{MAX} g \tau_1 \quad \Rightarrow \quad v_{min} = \mu_{MAX} g \tau_1$$

Sostituendo nella prima equazione: $L = \mu_{MAX} g \tau_1^2 - \frac{1}{2} \mu_{MAX} g \tau_1^2$

$\Rightarrow \mu_{MAX} = \dfrac{2L}{g\tau_1^2} = 0{,}075 \Rightarrow$ affinché il moto sia possibile $\boxed{0 \leq \mu \leq 0{,}075}$

In questo caso $\mathcal{L} = -\mu_{MAX} L m g \Rightarrow \boxed{m = \dfrac{-\mathcal{L}}{\mu_{MAX} L g} = 1{,}81\ kg}$

2) Dati i volumi dell'acqua V_a e del corpo $V_c = \frac{m}{\rho}$, quando il corpo è completamente immerso, l'altezza dell'acqua dal fondo sarà $h = \dfrac{V_a + V_c}{A} \Rightarrow V_a = hA - V_c$

Quando il corpo galleggia avrà immersa solo una frazione $\alpha = \dfrac{\rho_c}{\rho_a}$

Quindi la nuova altezza sarà $h' = \dfrac{V_a + \alpha V_c}{A} = h - \left(\dfrac{1 - \frac{\rho_c}{\rho_a}}{A}\right) V_c$

$$\boxed{\Delta h = h' - h = \frac{\alpha - 1}{A} V_c = \left(\frac{1}{\rho_a} - \frac{1}{\rho_c}\right)\frac{m}{A} = 2{,}5\ cm}$$

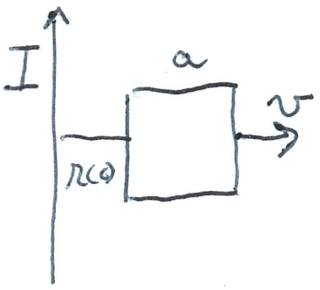
3) Se la sbarra si deve fermare dopo l'urto e l'urto è elastico allora

$$\begin{cases} \frac{1}{2} I \omega^2 = \frac{1}{2} m v^2 \\ I\omega = m v r \end{cases} \qquad I = \frac{1}{3} M L^2$$

$$\Rightarrow \quad r_0 = \frac{I\omega}{mv} = \frac{I\omega}{m\sqrt{\frac{I\omega^2}{m}}} = \sqrt{\frac{I}{m}} = \boxed{\sqrt{\frac{1}{3}\frac{M}{m}}\, L = r_0}$$

quindi $\boxed{\frac{M}{m} \leq 3}$ affinché esista $r_0 \leq L$

se $\frac{M}{m} = 3 \Rightarrow r_0 = L \Rightarrow \boxed{v^* = \frac{I\omega}{mL} = L\omega}$

4) 

$$\Phi = \int_{r(t)}^{r(t)+a} \frac{\mu_0 I}{2\pi r}\, a\, dr = \frac{\mu_0 I}{2\pi}\, a \ln \frac{r(t)+a}{r(t)}$$

$$f.e.m. = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{\mu_0 I}{2\pi} a \frac{r(t)}{r(t)+a}\left(-\frac{a}{r(t)^2}\right) v$$

nell'istante in cui $r(t^*) = 3a$

$$f.e.m.(t^*) = \frac{\mu_0 I}{2\pi}\frac{v}{12} = 15 \cdot 10^{-7}\, V \Rightarrow \boxed{I = \frac{f.e.m.(t^*)}{R} = 93\, mA}$$