Soluzioni Esame del 4-7-18

1) Si ricava la velocità dopo metà altezza

$$mg\frac{h}{2} = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow v = \sqrt{gh} \equiv V_0$$ Velocità iniziale del proiettile

Si ricava il tempo di caduta (τ^*) a terra del proiettile:

$$\frac{h}{2} = V_0\tau + \frac{1}{2}g\tau^2 \Rightarrow \tau^2 + \frac{2V_0}{g}\tau - \frac{h}{g} = 0$$

$$\tau^* = -\frac{V_0}{g} \pm \sqrt{\left(\frac{V_0}{g}\right)^2 + \frac{h}{g}}$$ prendendo il segno + e sostituendo $V_0 = \sqrt{gh}$

$$\tau^* = \sqrt{\frac{h}{g}}\left(-1+\sqrt{2}\right) \Rightarrow d = V_0\tau^* = h\left(\sqrt{2}-1\right) = 6{,}2\ m$$

---

2) L'accelerazione causa un aumento della pressione $\Delta P = \rho a z$; il differenziale della forza applicata su una superficie infinitesima ds è $dF = (\Delta P)\,ds$; prendendo la striscia cilindrica di spessore dz, $ds = 2\pi R\,dz$ con $R = \sqrt{\frac{A}{\pi}}$

$$\Rightarrow F = \int_0^h 2\pi R(\Delta P)\,dz = 2\pi\sqrt{\frac{A}{\pi}}\,\rho a\int_0^h z\,dz = \sqrt{\pi A}\,\rho a h^2 = 3039\,N$$

3) Con Gauss si può calcolare il campo elettrico all'interno E_1 e all'esterno E_2

$r \leq R$ $\quad 4\pi r^2 E_1 = \frac{\rho}{\varepsilon_0}\frac{4}{3}\pi r^3 \Rightarrow E_1 = \frac{\rho}{3\varepsilon_0} r$

$r \geq R$ $\quad 4\pi r^2 E_2 = \frac{\rho}{\varepsilon_0}\frac{4}{3}\pi R^3 \Rightarrow E_2 = \frac{\rho}{3\varepsilon_0}\frac{R^3}{r^2}$

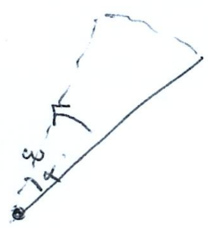
$$U_1 = \int_0^R \frac{1}{2}\varepsilon_0 E_1^2 4\pi r^2 dr = \frac{1}{2}\varepsilon_0 4\pi \frac{\rho^2}{9\varepsilon_0^2}\int_0^R r^4 dr = \frac{2}{45}\pi\frac{\rho^2}{\varepsilon_0}R^5$$

$$U_2 = \int_R^\infty \frac{1}{2}\varepsilon_0 E_2^2 4\pi r^2 dr = \frac{1}{2}\varepsilon_0 4\pi \frac{\rho^2}{9\varepsilon_0^2}R^6\int_R^\infty \frac{1}{r^2} dr = \frac{2}{9}\pi\frac{\rho^2}{\varepsilon_0}R^5$$

$$U = U_1 + U_2 = \frac{12}{45}\pi\frac{\rho^2}{\varepsilon_0}R^5$$

---

4)



Lorentz.

$E_m = \frac{F}{q} = \vec{v}\times\vec{B} = vB$ $\qquad E_s = -E_m$

$$V\left(\tfrac{L}{2}\right) - V(L) = -\int_{\frac{L}{2}}^{L} E_m dl = -\int_{\frac{L}{2}}^{L} \omega B l\, dl = -\frac{\omega B}{2}\left(L^2 - \frac{L^2}{4}\right) = -\frac{3}{8}\omega B L^2$$

Faraday $\quad$ Area settore circolare $S = \frac{\alpha R^2}{2}$

Area spazzata $S' = \frac{\alpha}{2}\left(L^2 - \frac{L^2}{4}\right)$ $\qquad \Phi = B\frac{\omega\tau}{2}\frac{3}{4}L^2$

$V\left(\frac{L}{2}\right) - V(L) = -\frac{3}{8}B\omega L^2$ $\qquad V(L) > V\left(\frac{L}{2}\right)$