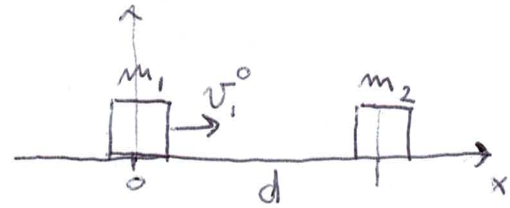
Soluzioni del 2/7/19

1)



(DIMENSIONI BLOCCHI piccole rispetto a d)

URTO COMPLETAMENTE ANELASTICO

v_1^0 = vel. iniziale di m_1

v_1' = vel. di m_1 prima dell'URTO

Cons. q.d.m. $\quad m_1 v_1' = (m_1+m_2)V^0$

BILANCIO ENERGIA PRIMA dell'urto

$$\frac{1}{2}m_1(v_1')^2 - \frac{1}{2}m_1(v_1^0)^2 = -\mu m_1 g d$$

$\Downarrow$

$$V^{0\,2} = \frac{m_1^2}{(m_1+m_2)^2}(v_1')^2$$

$$(v_1')^2 = (v_1^0)^2 - 2\mu g d$$

1° CONDIZIONE per avere l'urto

$$(v_1')^2 \geq 0 \Rightarrow \boxed{(v_1^0)^2 \geq 2\mu g d}$$

DOPO L'URTO

X_0 = spazio percorso dai due blocchi uniti

$$0 - \frac{1}{2}(m_1+m_2)V^{0\,2} = -\mu(m_1+m_2)g x_0$$

$$\boxed{d = L - X_0}$$

$$\underline{\underline{d}} = L - X_0 = L - \frac{(V^0)^2}{2\mu g} = L - \frac{m_1^2}{(m_1+m_2)^2}\frac{(v_1')^2}{2\mu g} = L - \frac{m_1^2}{(m_1+m_2)^2}\frac{(v_1^0)^2}{2\mu g} + \frac{m_1^2}{(m_1+m_2)^2}\underline{\underline{d}}$$

$$d\left(1 - \frac{m_1^2}{(m_1+m_2)^2}\right) = \frac{2L\mu g(m_1+m_2)^2 - m_1^2(v_1^0)^2}{2\mu g\,(m_1+m_2)^2}$$

$$\Rightarrow d = \frac{2L\mu g(m_1+m_2)^2 - m_1^2(v_1^0)^2}{2\mu g\,(m_2^2 + 2m_1 m_2)}$$

Condizione $d \geq 0 \quad \Rightarrow 2L\mu g(m_1+m_2)^2 - m_1^2(v_1^0)^2 \geq 0$

$$\Rightarrow \boxed{v_1^0 \leq \sqrt{\frac{2L\mu g(m_1+m_2)^2}{m_1^2}}}$$

ma anche $v_1^0 \geq \sqrt{2\mu g d}$ quindi

sostituendo "d" oppure considerando che le distanze percorse non dipendono dalla massa si trova che $\boxed{v_1^0 \geq \sqrt{2\mu g L}}$

Soluzioni del 2/7/19

2) In seguito al primo versamento di n litri d'acqua la pressione sul fondo aumenterà proporzionalmente all'aumento di livello.
$$\Delta h = \frac{\Delta P}{\rho g}$$

Aggiungendo altri $\frac{2}{3}n$ litri l'altezza totale H sarà
$$H = h + \Delta h + \frac{2}{3}\Delta h = h + \frac{5}{3}\frac{\Delta P}{\rho g} = 17{,}1 \text{ cm}$$

---

3) $\rho = \dfrac{\alpha}{r}$ per $r \le R$ $\qquad E\, 2\pi r l = \dfrac{1}{\varepsilon_0}\displaystyle\int_\tau \rho\, d\tau \qquad d\tau = 2\pi r l\, dr$

$$E\, 2\pi r l = \frac{1}{\varepsilon_0}\int_0^r \frac{\alpha}{r} 2\pi r l\, dr = \frac{\alpha 2\pi l}{\varepsilon_0} r \Rightarrow E_1(r \le R) = \frac{\alpha}{\varepsilon_0}$$

per $r \ge R$
$$E\, 2\pi r l = \frac{1}{\varepsilon_0}\int_0^R \frac{\alpha 2\pi r l\, dr}{r} \Rightarrow E_2(r \ge R) = \frac{\alpha}{\varepsilon_0}\frac{R}{r}$$

Energia contenuta dentro il volume cilindro di altezza l e raggio R
$$\mathcal{E}_1 = u_e \tau = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E_1^2 \pi R^2 l = \frac{1}{2}\frac{\alpha^2}{\varepsilon_0}\pi R^2 l$$
Energia contenuta nel volume cilindro di raggio interno R e raggio esterno r' e altezza l
$$\mathcal{E}_2 = \int_R^{r'} \frac{1}{2}\varepsilon_0 \frac{\alpha^2}{\varepsilon_0^2} R^2 \frac{1}{r^2} 2\pi r l\, dr = \frac{1}{2}\frac{\alpha^2}{\varepsilon_0}\pi R^2 l \left(2 \ln \frac{r'}{R}\right)$$

Condizione $\mathcal{E}_1 = \mathcal{E}_2 \Rightarrow 1 = 2\ln\dfrac{r'}{R} \Rightarrow r' = R\sqrt{e}$

4) Flusso che attraversa la spira di raggio $b > a$

$$I_{sol}(t) = I_0 \sin\omega t \Rightarrow B(t) = \mu_0 n I_0 \sin\omega t$$

$$\phi_B(t) = \mu_0 n I_0 \pi a^2 \sin\omega t$$

Corrente nella spira

$$I_{spira} = \frac{f.e.m.}{R} = -\frac{d\phi/dt}{R} = -\frac{\mu_0 n I_0 \pi a^2 \omega \cos\omega t}{R}$$

Energia dissipata in un periodo nella spira

$$\mathcal{E} = \int_0^T R I^2(t)\, dt = \frac{(\mu_0 n I_0 \pi a^2 \omega)^2}{R} \int_0^T \cos^2\omega t\, dt =$$

$$= \frac{\mu_0^2 n^2 I_0^2 \pi^2 a^4}{R} \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \frac{T}{2} = 2\frac{\mu_0^2 n^2 I_0^2 \pi^4 a^4}{RT}$$