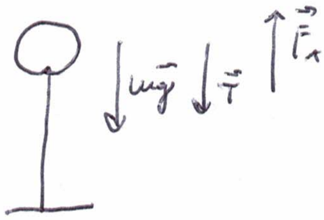
Soluzioni 3 giugno 2019 compito A

1) $T = \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} I \omega^2 = \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2} m R^2\right)\frac{v^2}{R^2} = \frac{3}{4} m v^2$

$T - mgh = 0 \Rightarrow \boxed{v = \sqrt{\frac{4gh}{3}}}$

---

2) All'equilibrio

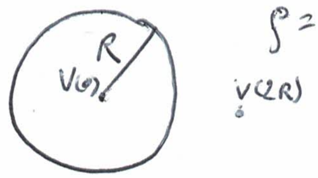


$m_{sfera}\, g + \tau = m_{acqua}\, g$

$\frac{4}{3}\pi R^3 \rho_{Acqua}\, g = m_{sfera}\, g + \tau \Rightarrow R \left(\frac{3}{4\pi \rho_{Acqua}}\left(m_{sfera} + \frac{\tau}{g}\right)\right)^{\frac{1}{3}} = 20{,}3\ \text{cm}$

Soluzioni 3 Giugno 2019 Compito A

3)



$\rho = \alpha r$

per $r \leq R$

$$E_1 4\pi r^2 = \int_0^r \frac{\alpha r \, 4\pi r^2 dr}{\varepsilon_0} = \frac{\alpha 4\pi}{\varepsilon_0}\frac{r^4}{4}$$

$$\Rightarrow \underline{E_1(r \leq R) = \frac{\alpha}{4\varepsilon_0} r^2}$$

per $r \geq R$

$$E_2 4\pi r^2 = \int_0^R \frac{\alpha r \, 4\pi r^2 dr}{\varepsilon_0} = \frac{\alpha 4\pi}{\varepsilon_0}\frac{R^4}{4} \Rightarrow \underline{E_2(r \geq R) = \frac{\alpha}{4\varepsilon_0}\frac{R^4}{r^2}}$$

$$\Delta V_1 = V(R) - V(2R) = \int_R^{2R} \frac{\alpha}{4\varepsilon_0} R^4 \frac{1}{r^2} dr = \frac{\alpha R^4}{4\varepsilon_0}\left(\frac{1}{R} - \frac{1}{2R}\right) = \frac{\alpha}{8\varepsilon_0} R^3$$

$$\Delta V_2 = V(0) - V(R) = \int_0^R \frac{\alpha}{4\varepsilon_0} r^2 dr = \frac{\alpha}{4\varepsilon_0}\frac{R^3}{3} \Rightarrow V(0) - V(2R) = \Delta V_1 + \Delta V_2$$

$$\Rightarrow V(0) - V(2R) = \frac{\alpha}{4\varepsilon_0} R^3 \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{2}\right) = \frac{5}{24}\frac{\alpha R^3}{\varepsilon_0}$$

---

4) FLUSSO DEL CAMPO ELETTRICO ATTRAVERSO UNA SUPERFICIE DI RAGGIO r

$$\phi_E(t) = \pi r^2 E(t) = \pi r^2 \frac{\sigma(t)}{\varepsilon_0} = \frac{\pi r^2}{\varepsilon_0}\frac{Q(t)}{A} = \frac{\pi r^2}{\varepsilon_0 A} C f \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

$\tau = RC$

$$\frac{d\phi_E}{dt} = \frac{\pi r^2}{\varepsilon_0 A}\frac{Cf}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \varepsilon_0 \mu_0 \frac{d\phi_E}{dt}$$

$$B 2\pi r = \mu_0 \frac{\pi r^2}{A}\frac{f}{R} e^{-\frac{t}{\tau}} \Rightarrow B(t) = \frac{\mu_0 f}{2AR} e^{-\frac{t}{\tau}} r$$

Per cui il campo $\vec{B}$ ha linee di campo come circonferenze concentriche con le armature circolari, cresce come r e diminuisce nel tempo esponenzialmente. Visto dall'armatura positiva del condensatore, le linee di campo sono orientate in verso orario.