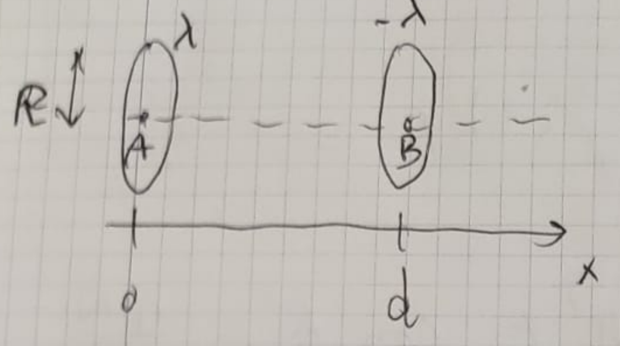
ESERCIZIO 3, ESAME DEL 03/07/2024

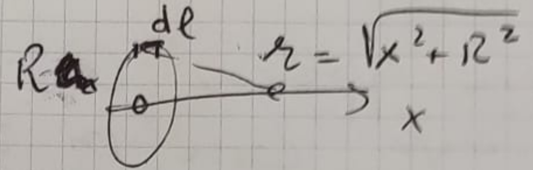


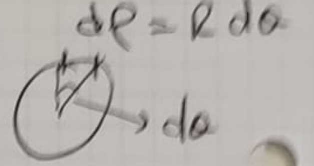
$$Q_{ANELLO} = \pm 2\pi R \lambda$$

$$V_A - V_B = V_{tot}(0) - V_{tot}(d)$$

Calcolo il potenziale di un anello carico:

$$dV = \frac{dq}{4\pi\varepsilon_0 r} =$$





$$= \frac{\lambda\, dl}{4\pi\varepsilon_0 \sqrt{x^2+R^2}} = \frac{\lambda R\, d\theta}{4\pi\varepsilon_0 \sqrt{x^2+R^2}} \Rightarrow V(x) = \frac{2\pi\lambda R}{4\pi\varepsilon_0 \sqrt{x^2+R^2}}$$

$$\Rightarrow V(x) = \frac{Q_{ANELLO}}{4\pi\varepsilon_0 \sqrt{x^2+R^2}}$$

$$V_A = V_{+\lambda}(0) + V_{-\lambda}(d) = \left.\frac{2\pi R\lambda}{4\pi\varepsilon_0 \sqrt{x^2+R^2}}\right|_{x=0} + \left.\frac{2\pi R(-\lambda)}{4\pi\varepsilon_0 \sqrt{x^2+R^2}}\right|_{x=d} =$$

$$= \frac{R\lambda}{2\varepsilon_0 R} - \frac{R\lambda}{2\varepsilon_0 \sqrt{d^2+R^2}} = \frac{\lambda}{2\varepsilon_0}\left[1 - \frac{R}{\sqrt{d^2+R^2}}\right]$$

$$V_B = V_{+\lambda}(d) + V_{-\lambda}(0) = \left.\frac{2\pi R\lambda}{4\pi\varepsilon_0 \sqrt{x^2+R^2}}\right|_{x=d} + \left.\frac{2\pi R(-\lambda)}{4\pi\varepsilon_0 \sqrt{x^2+R^2}}\right|_{x=0} =$$

$$= \frac{R\lambda}{2\varepsilon_0 \sqrt{d^2+R^2}} + \frac{-\lambda R}{2R\varepsilon_0} = \frac{\lambda}{2\varepsilon_0}\left[\frac{R}{\sqrt{d^2+R^2}} - 1\right]$$

$$\boxed{V_A - V_B = \frac{\lambda}{\varepsilon_0}\left[1 - \frac{R}{\sqrt{d^2+R^2}}\right]}$$

2) $q_0 = 1e$

$R = 10\ cm$, $d = 10\ cm$

$\lambda = 10^{-6}\ C/m$

L'energia guadagnata quando q_0 arriva in B è:

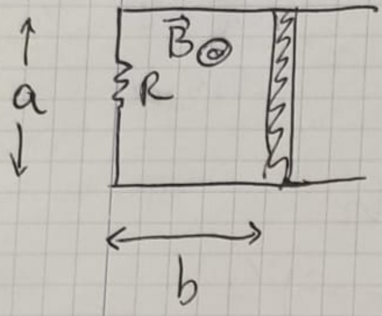
$$U_e = q_0 (V_A - V_B) \simeq q_0 \frac{\lambda}{\varepsilon_0}\left[1 - \frac{R}{\sqrt{d^2+R^2}}\right] \simeq$$

$$\simeq q_0 \frac{\lambda}{\varepsilon_0} \quad (R << d)$$

$$\Rightarrow U_e = 1e \frac{10^{-6}\ C/m}{8.85\ pF/m} \simeq 1e \frac{1\ MV}{8.85} = \frac{1\ MeV}{8.85}$$

$$\Rightarrow U_e \simeq 113\ KeV = 180 \times 10^{-16}\ J$$

Esercizio 4, Esame 03/07/2024



$\vec{B} = kt\,\hat{u}_z$

$K = 10^{-3}\ T/s$

$R = 1\ k\Omega$

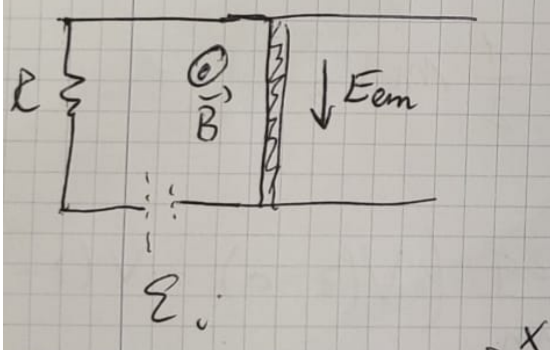
$a = b = 10\ cm$

1) A causa della variazione di B con t ho:

$$\mathcal{E}_i = -\frac{d\phi(\vec{B})}{dt} = -\frac{d}{dt}\,a\cdot b\cdot B(t) =$$

$$= -ab\frac{d}{dt}(kt) = -abk$$

Ovvero ho un campo elettromotore E_{em} sulla barra mobile ~~e fissa~~ (e dunque nel circuito)



Tale campo è diretto come in figura.
La corrente dovuta ad $\mathcal{E}_i$ sarà:

$$i = \frac{\mathcal{E}_i}{R} = \frac{abk}{R}$$

La barra mobile allora essendo percorsa da i ed essendo immersa nel campo B risentirà di una forza diretta lungo $-\hat{u}_x$:

$$\vec{F} = i\,\vec{a}\wedge\vec{B} = -i\,a\,B\,\hat{u}_x = -\frac{abk}{R}\,a\,kt\,\hat{u}_x$$

Va quindi esercitata una forza esterna uguale e contraria: $\vec{F}_{Ext} = -\vec{F} = \frac{a^2bk^2}{R}\,t\,\hat{u}_x$

2) $F = \frac{(10\,cm)^3 (10^{-3}\,T/s)^2}{1\,k\Omega} t =$

$= \left(\frac{10^3\,cm^3\,(10^{-3})^2\,T^2/s^2}{10^3\,\Omega} \right) t =$

$= \left(10^{-12} \frac{N}{s}\right) t = k' t$ con $k' = \frac{1\,pN}{s}$

3) Bisogna applicare una forza che aumenta nel tempo come in 2) fino a $t_1 = 100\,s$

A tale tempo:

$B = cost = 10^{-1}\,T = 0.1\,T$

$\frac{d\phi(\vec{B})}{dt} = 0 \Rightarrow \mathcal{E}_i = 0 \Rightarrow i = 0 \Rightarrow F = 0$

$\Rightarrow$ Non c'è bisogno di applicare alcuna forza per tenere la barra ferma