

Cenni sulla superconduttività

Proff. Mauro Migliorati, Andrea Mostacci

AA 2019 - 2020

DIPARTIMENTO DI SCIENZE
DI BASE E APPLICATE
PER L'INGEGNERIA



SAPIENZA
UNIVERSITÀ DI ROMA

Introduzione

In corrispondenza di temperature sufficientemente basse, **elementi metallici ed alcuni semiconduttori** vanno incontro ad una **transizione di fase**. Al di sotto di una **temperatura critica T_c** , essi acquistano notevoli proprietà fisiche; la loro resistività diventa bruscamente nulla: in questi materiali diventa possibile misurare correnti che non decadono nel tempo, in assenza di campi esterni.

L'assenza di effetti dissipativi nel meccanismo di conduzione, assieme ad altri fenomeni correlati, sono indicati sinteticamente con il termine **superconduttività**. Diversi materiali, oltre ai metalli, possono comportarsi come superconduttori al di sotto di una temperatura critica. Ad esempio, particolari composti ceramici che si comportano da superconduttori, caratterizzati da **temperature critiche dell'ordine di 100 K**.

Inoltre, materiali che tipicamente fungono da **semiconduttori** (Si, Ge) possono comportarsi come superconduttori se sottoposti a **pressioni elevate**.

I fenomeni legati alla superconduttività sono spiegabili mediante la **meccanica quantistica**. Tuttavia, alcune proprietà magnetiche risultano descrivibili mediante equazioni fenomenologiche.

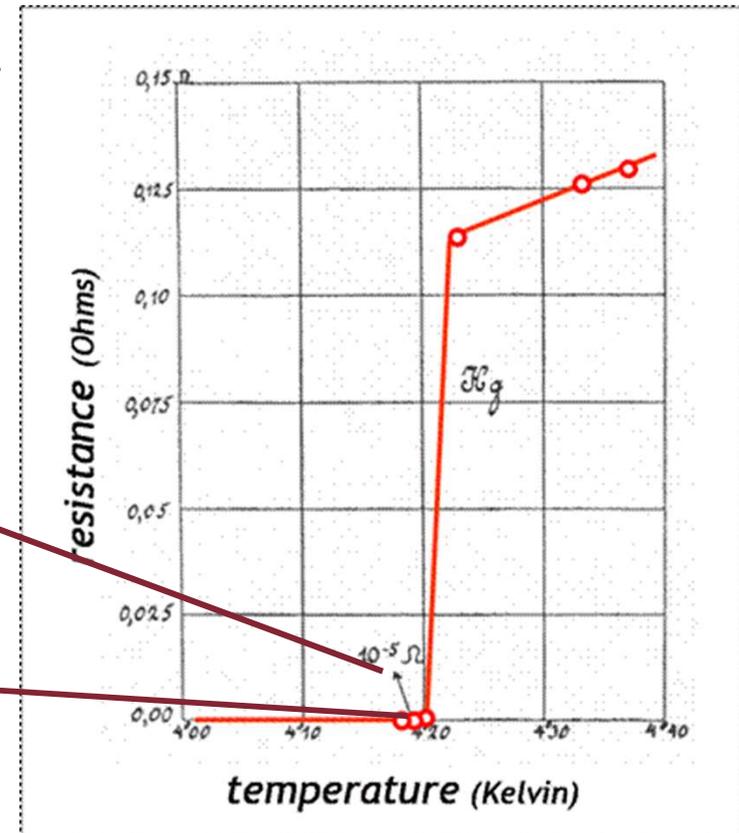
Un po' di storia

Il fenomeno della superconduttività fenomeno fu scoperto nel **1911 da Kamerling Onnes**, fisico olandese che per primo lo osservò nel Mercurio.

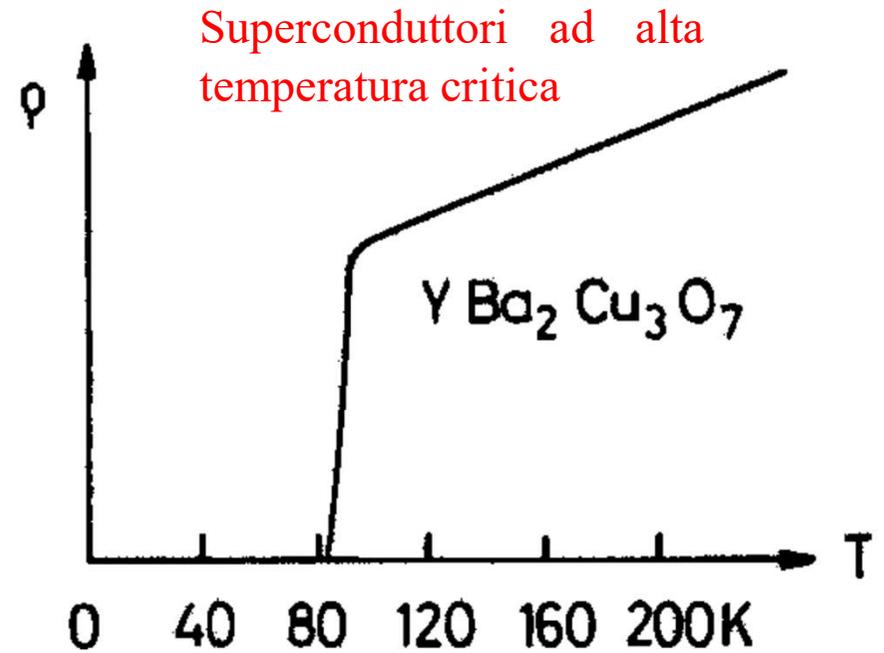
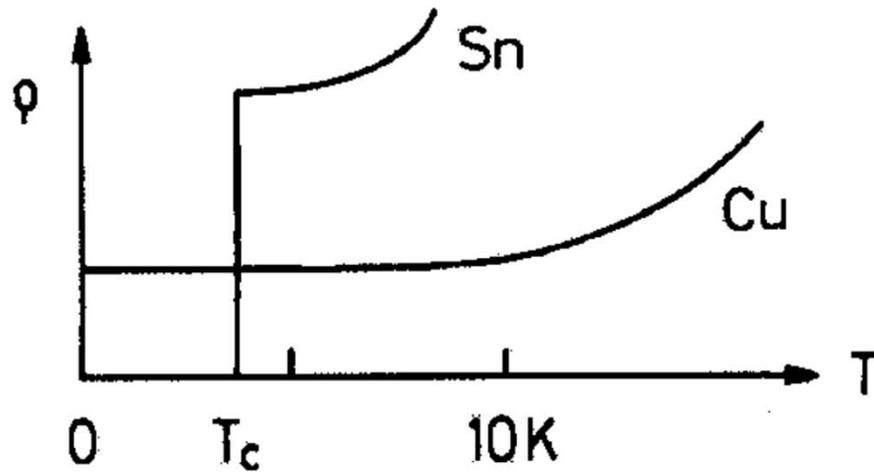
Onnes è stato anche il fisico che ha prodotto per primo l'elio liquido alla temperatura di 0.9 K, un'impresa che gli valse il Premio Nobel.

Temperatura critica
(rappresenta una
temperatura di transizione)

Temperatura di
ebollizione dell'elio liquido

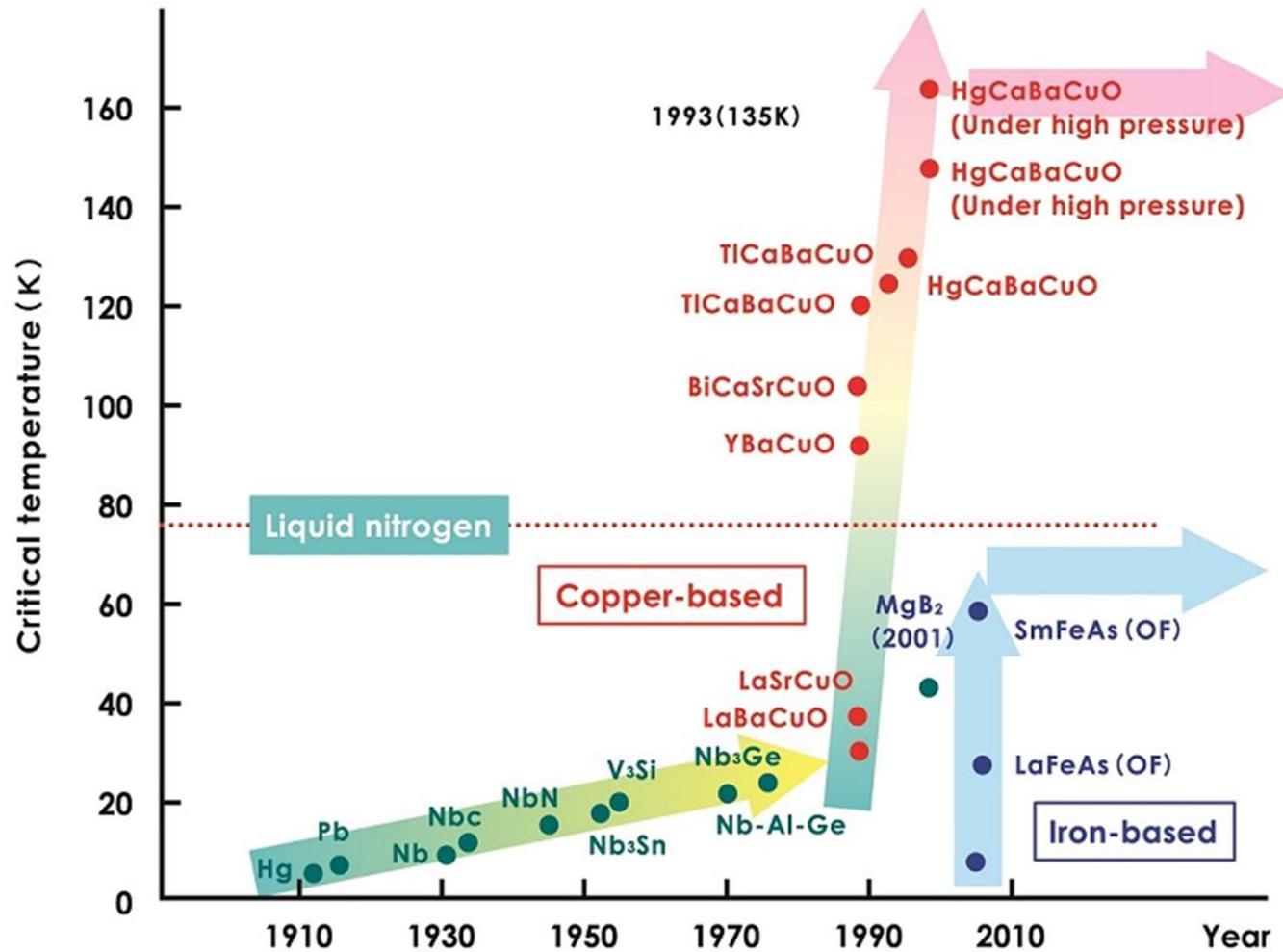


Un po' di storia



La superconduzione non si sviluppa necessariamente nei buoni conduttori (come rame, argento e oro), se non a pressioni molto elevate.

Un po' di storia



Un po' di storia

- Nel **1933 Meissner e Ochsenfeld** scoprirono che un materiale superconduttore come il piombo ($T_c=8K$) era in grado di espellere completamente un debole campo magnetico dal suo interno (**diamagnetismo perfetto**), quando raffreddato sotto la temperatura critica, mentre **per campi magnetici più intensi, la superconduttività veniva persa** e il materiale diventava un normale conduttore. L'espulsione del campo magnetico non poteva essere spiegata in termini di equazioni di Maxwell, e, infatti, si rivelò essere un **fenomeno non classico**. La superconduttività non è soltanto resistività nulla (o conducibilità infinita).
- Nel **1935 i fratelli Fritz e Heinz London** formularono una **teoria fenomenologica** in grado di descrivere perfettamente l'effetto Meissner-Ochsenfeld.
- Nel **1957 J. Bardeen, L. N. Cooper e J. R. Schrieffer**, formularono la prima teoria microscopica della superconduttività (**teoria BCS**) utilizzando la meccanica quantistica, che valse loro il Nobel nel 1972. Tale teoria è in grado di dare una spiegazione del fenomeno della superconduzione (**capacità predittiva e base per le applicazioni**). La supercorrente è costituita da coppie di elettroni (**coppie di Cooper**).

Come caratterizzare un materiale superconduttore

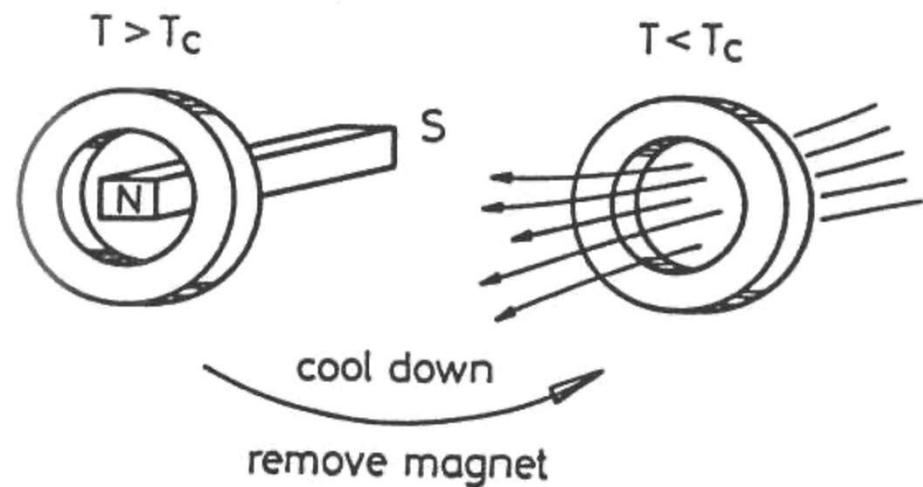
Una misura convenzionale di resistenza ha una sensibilità troppo scarsa per poter determinare conducibilità infinite.

Un metodo più efficiente consiste nell'**indurre una corrente in un anello e misurare il tempo di decadimento del campo magnetico prodotto dall'anello.**

Si inserisce una sbarretta magnetica in un anello di materiale conduttore o superconduttore. Rimuovendo la sbarretta, per la legge di Faraday, viene indotta una corrente nell'anello. Questa corrente decade esponenzialmente poiché l'anello possiede anche un'induttanza:

$$I = I_0 \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$$

La costante di tempo τ è data dal rapporto tra l'induttanza e la resistenza L/R .



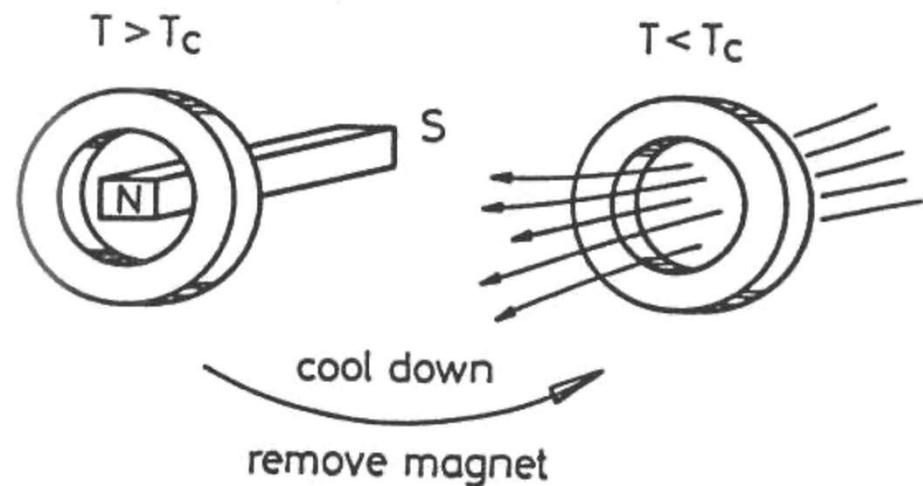
Come caratterizzare un materiale superconduttore

In un materiale conduttore normale, come il rame, tempo di decadimento è di circa $100 \mu\text{s}$.

In un anello superconduttore invece, la costante di tempo può arrivare fino a 10^5 anni!, e quindi **la resistenza deve essere di circa 15 ordini di grandezza inferiore a quella del rame**, divenendo quindi indistinguibile da zero!

Invece delle correnti, **si misura il campo magnetico creato dall'anello**.

Un'applicazione importante di questo metodo riguarda il magnete principale utilizzato per **l'imaging a risonanza magnetica**: una lega di niobio-titanio è raffreddata da elio liquido a 4 K. In un elettromagnete superconduttivo, si ottiene un campo B di intensità molto alte con ottime caratteristiche di stabilità.



Osservazioni sui superconduttori

Esistono **due tipi di superconduttori** :

Tipo I: elementi come il piombo, mercurio, stagno e alluminio, non ammettono campo B nel materiale se $B < B_c(T)$. Se c'è un campo magnetico maggiore, perdono le proprietà superconduttive.

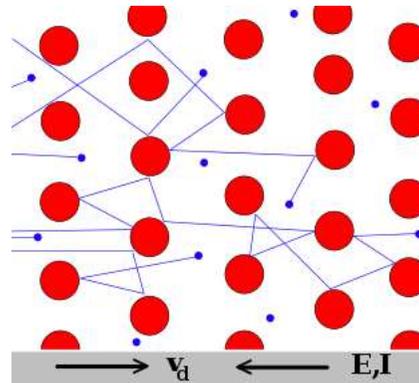
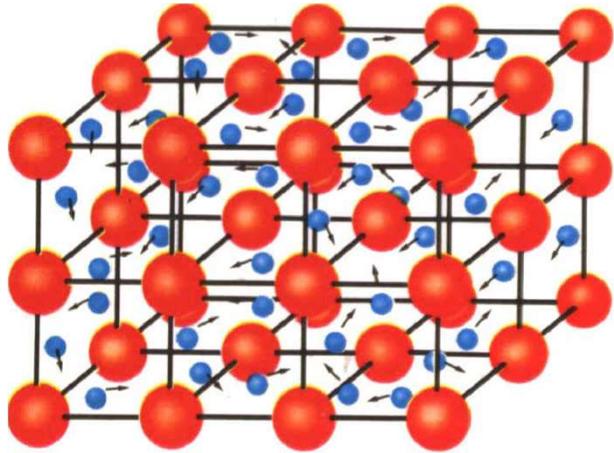
Tipo II: tutte le leghe superconduttive (piombo-indio, niobio-titanio, niobio stagno) sono caratterizzati da due campi magnetici critici, B_{c1} e B_{c2} .

Per $B < B_{c1}$ si ha completa espulsione del campo B (**fase di Meissner**).

Per $B_{c1} < B < B_{c2}$ il campo B può penetrare sotto forma di tubi di flusso (**fase mista**).

È possibile realizzare giunzioni di superconduttori (**giunzioni Josephson**) alla base dei **dispositivi SQUID** (rivelatori di basso campo B).

Conduzione e resistenza nei metalli

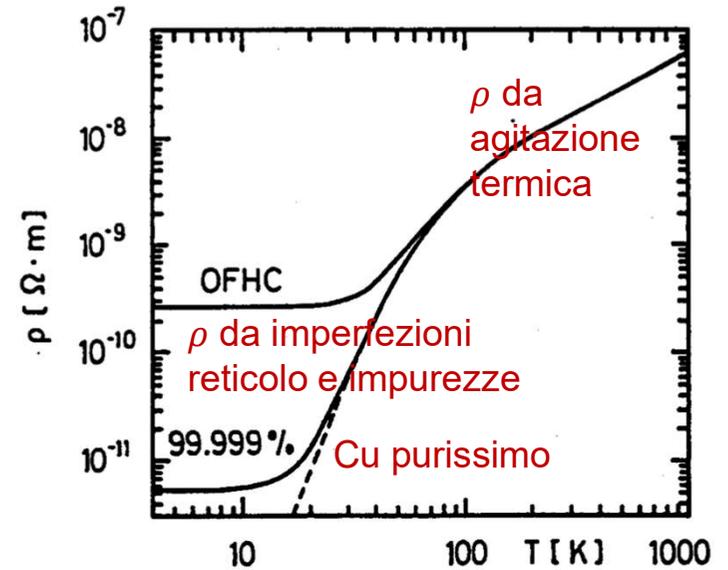


Le imperfezioni e le impurezze del reticolo + moto di agitazione termica → collisioni degli elettroni → attrito → resistenza.

Se il reticolo cristallino fosse perfetto e gli atomi perfettamente fermi (monocristallo freddo) → resistenza nulla!

Superconduttività: la resistenza è nulla anche in presenza di impurezze che non ostacolano, anzi favoriscono la superconduttività.

Nel rame mediamente
1 e- libero per atomo



La teoria BCS

Energeticamente, $R=0$ vuol dire che **non c'è scambio di energia fra elettroni e reticolo.**

A temperatura sufficientemente bassa, **alcuni elettroni si accoppiano formando uno stato legato** chiamato **coppia di Cooper.**

Cooper ha mostrato che tale legame avviene in presenza di un potenziale attrattivo, anche se molto debole. Tale interazione attrattiva fra due elettroni è dovuta alla **interazione elettrone-reticolo.** Le coppie di Cooper sono i portatori di carica delle "supercorrenti" elettriche.

Possiamo immaginare un elettrone che si muove attraverso il solido e attrae verso di sé le vicine cariche positive del reticolo cristallino (gli ioni). **La deformazione del reticolo cristallino fa muovere un altro elettrone verso la regione di maggiore carica positiva.** I due elettroni sono dunque tenuti insieme con una certa energia di legame.

Se questa **energia di legame è maggiore dell'energia cinetica fornita dall'oscillazione termica degli atomi,** la coppia di elettroni rimarrà legata. Sopra una certa temperatura, detta temperatura critica, l'agitazione termica è sufficiente a rompere la coppia.

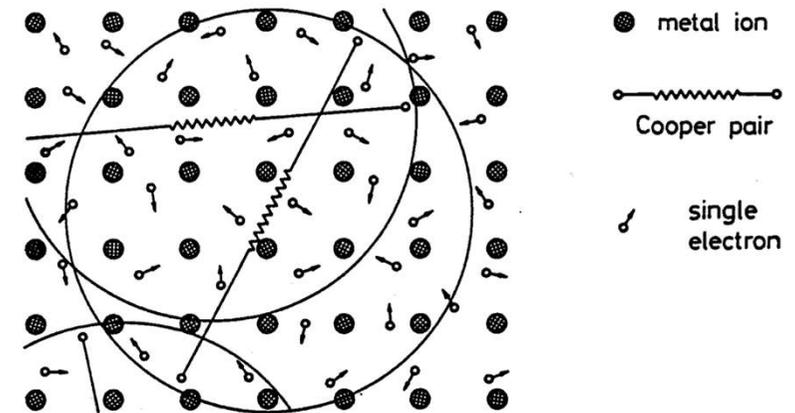
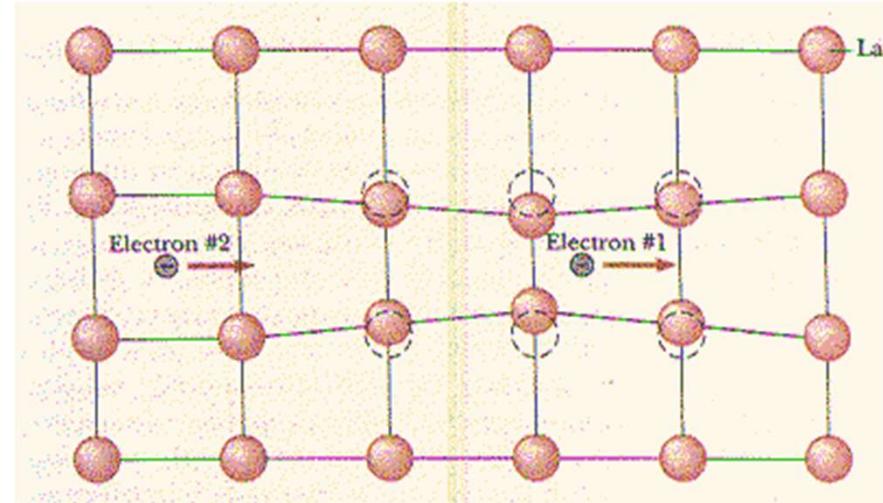
La teoria BCS

Il secondo elettrone ha convenienza a seguire il primo (come uno sciatore sulla neve fresca scia meglio sulle tracce lasciate dagli altri).

Le coppie sono legate su scala di molti passi atomici (100-1000).

Di conseguenza **le coppie di Cooper** in un superconduttore **si sovrappongono le une con le altre**. In una regione occupata da una coppia di Cooper ce ne sono circa un milione.

Tutti gli elettroni accoppiati si muovono di moto coerente, senza subire urti tra di loro e con gli ioni, e dunque senza subire perdite $\rightarrow R = 0$ (**non scambia energia con il reticolo**). **La coppia di Cooper è deviata dalle imperfezioni.**



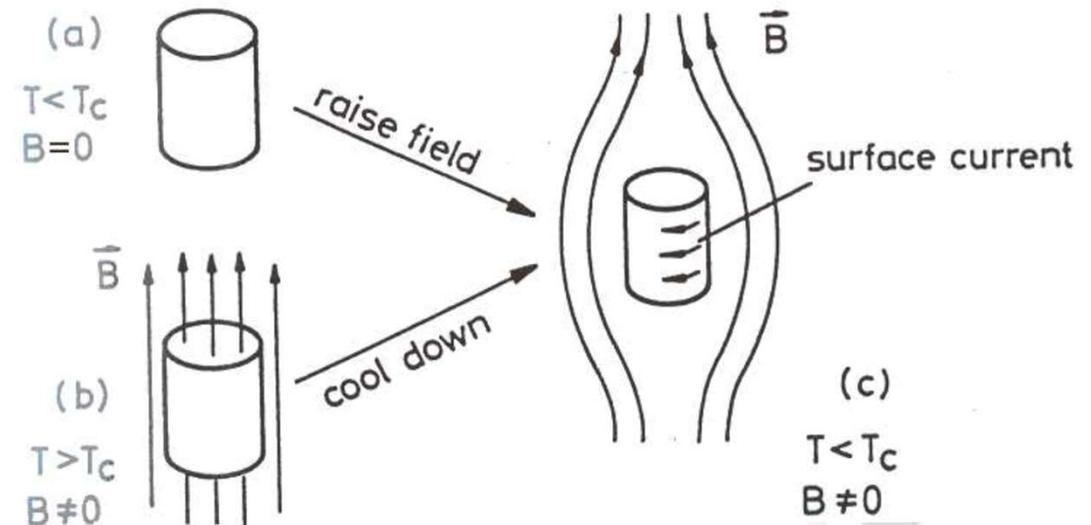
L'effetto Meissner-Ochsenfeld

L'effetto Meissner-Ochsenfeld (noto come effetto Meissner) consiste nella **espulsione di B dall'interno di un superconduttore**.

Quando un superconduttore viene immerso in un campo magnetico di intensità inferiore ad un certo B

critico, esso manifesta un **diamagnetismo perfetto**, espellendo il campo magnetico dal suo interno; ciò avviene tramite la generazione di correnti superficiali che inducono, all'interno del superconduttore, un campo magnetico opposto a quello applicato.

Nel loro esperimento Meissner e Ochsenfeld raffreddarono campioni di stagno e piombo fin sotto la temperatura di transizione allo stato superconduttivo, in presenza di un campo magnetico. Essi trovarono che il campo esterno aumentava dopo la transizione.



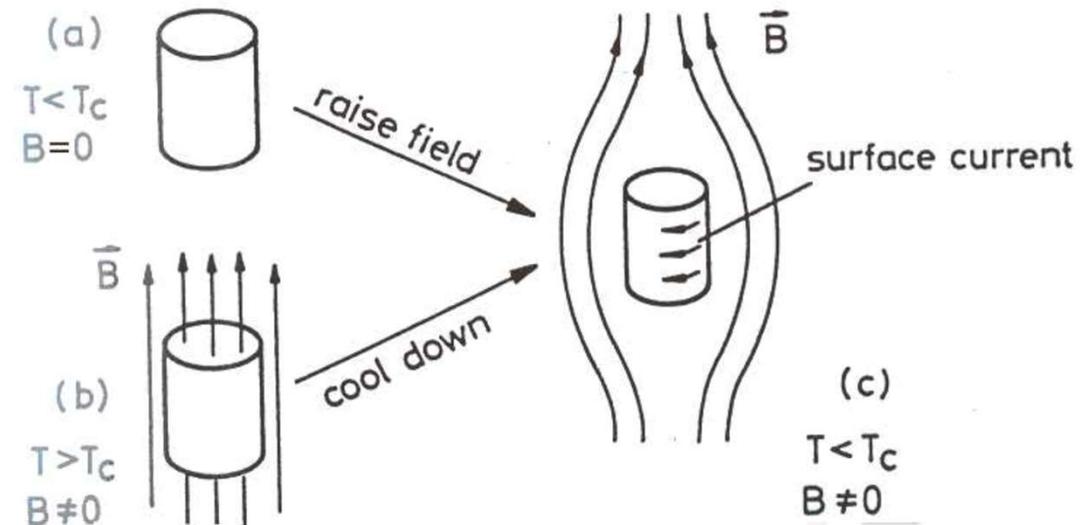
L'effetto Meissner-Ochsenfeld

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad \frac{d\phi}{dt} &= -f_i = -RI = 0 \\ \phi &= \text{cost} \\ \phi &= \phi_0 = 0 \rightarrow B = 0 \end{aligned}$$

Il campo \vec{B} nel superconduttore è zero anche quando si aumenta il campo esterno perché il flusso deve rimanere costante.

Questo è in accordo con la legge di Faraday-Neumann-Lenz ed è spiegabile con la fisica classica.

Nel secondo caso (b) però, c'è un flusso iniziale diverso da zero e non c'è nessun motivo per cui questo dovrebbe cambiare semplicemente abbassando la temperatura (le equazioni di Maxwell non dipendono dalla temperatura!).



L'equazione di London

Il fatto sorprendente che nasce una corrente superficiale non appena si va sotto la temperatura critica non è spiegabile tramite le equazioni di Maxwell: viene soltanto raffreddato il materiale, ma \vec{B} rimane costante, e così il suo flusso. Quindi

$$\frac{d\phi}{dt} = 0 \rightarrow f_{em} = 0 \rightarrow \vec{E} = 0$$

La teoria di London assume l'esistenza di una supercorrente trasportata da una frazione degli elettroni di conduzione nel metallo. Questi elettroni si muovono senza attrito:

$$m_e \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = -e\vec{E}$$

Questo dà luogo ad una densità di supercorrente $\vec{J}_s = -en_s\vec{v}$ con n_s densità dei super-elettroni

$$\frac{\partial \vec{J}_s}{\partial t} = -en_s \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = \frac{e^2 n_s}{m_e} \vec{E}$$

L'equazione di London

A partire dalla terza equazione di Maxwell

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\frac{m_e}{e^2 n_s} \vec{\nabla} \times \frac{\partial \vec{J}_s}{\partial t} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\vec{B} + \frac{m_e}{e^2 n_s} \vec{\nabla} \times \vec{J}_s \right) = 0 \rightarrow \left(\vec{B} + \frac{m_e}{e^2 n_s} \vec{\nabla} \times \vec{J}_s \right) = \text{const}$$

L'ipotesi di London: la costante è zero:

$$\vec{\nabla} \times \vec{J}_s = -\frac{e^2 n_s}{m_e} \vec{B}$$

Questa equazione, nell'elettromagnetismo classico è sbagliata: la densità di corrente in un conduttore normale è zero se non c'è campo elettrico, indipendentemente dal fatto che un campo magnetico stazionario può penetrare o meno nel materiale.

L'equazione di London

$$\vec{\nabla} \times \vec{J}_s = -\frac{e^2 n_s}{m_e} \vec{B}$$

Questa equazione è tuttavia valida (solo) per i superconduttori di tipo I (verificata con BCS).

Usando la IV equazione di Maxwell

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J}_s$$

e facendo il rotore ad entrambi i lati

$$\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{B}) = \vec{\nabla}(\vec{\nabla} \cdot \vec{B}) - \nabla^2 \vec{B} = -\mu_0 \frac{e^2 n_s}{m_e} \vec{B}$$

$$\nabla^2 \vec{B} - \mu_0 \frac{e^2 n_s}{m_e} \vec{B} = 0$$

Equazione di London

L'equazione di London

Supponiamo una semplice geometria come in figura.

L'equazione di London diventa

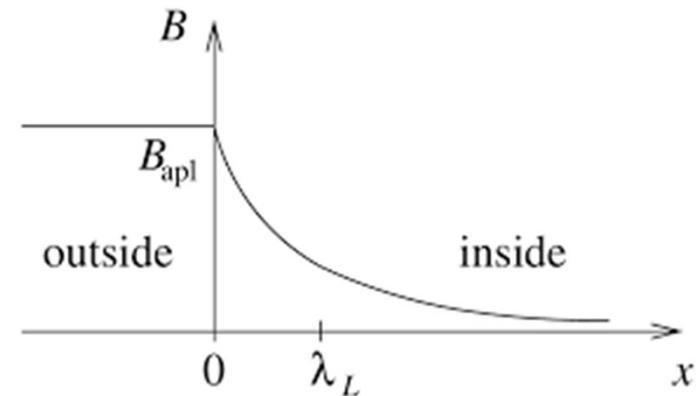
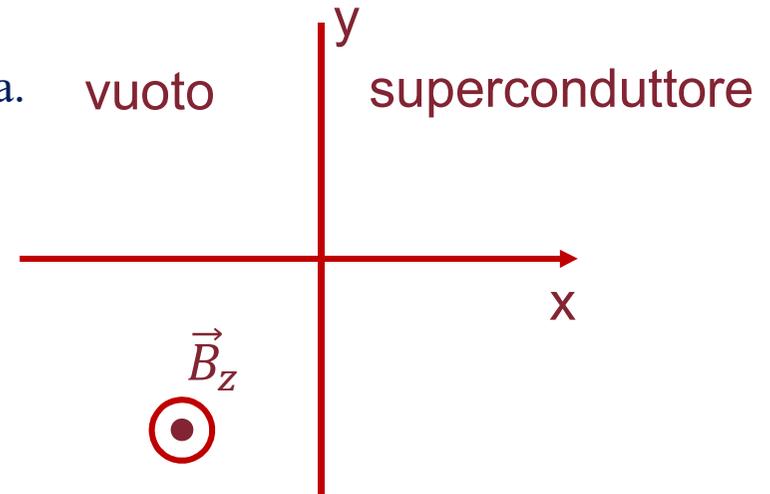
$$\frac{\partial^2 B_z}{\partial x^2} - \frac{B_z}{\lambda_L^2} = 0 \quad \left(\lambda_L = \sqrt{\frac{m_e}{\mu_0 e^2 n_s}} \right)$$

λ_L si chiama profondità di penetrazione di London.

La soluzione è

$$B_z = B_0 \exp\left(-\frac{x}{\lambda_L}\right)$$

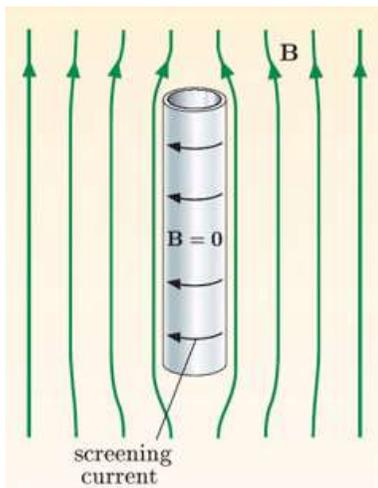
Il campo magnetico decresce esponenzialmente nel superconduttore e non va bruscamente a zero. Per i materiali tipici, $\lambda_L \simeq 20 - 50$ nm. All'interno del materiale $\vec{B} = 0$



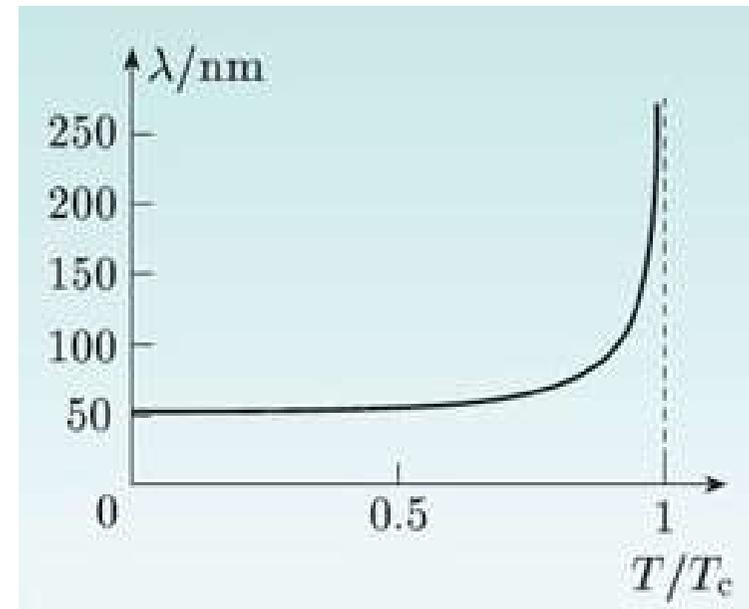
L'equazione di London e la teoria BCS

Con la teoria BCS si ottiene la stessa equazione, ma, poiché gli elettroni sono in coppie (le coppie di Cooper), raddoppia la massa e la carica, mentre la densità dimezza. Si ottiene quindi la stessa profondità di penetrazione.

La teoria BCS in realtà permette di ricavare anche come varia la profondità di penetrazione in funzione della temperatura: quando ci si avvicina alla temperatura critica, la densità dei portatori di supercorrente tende a zero e $\lambda_L \rightarrow \infty$.

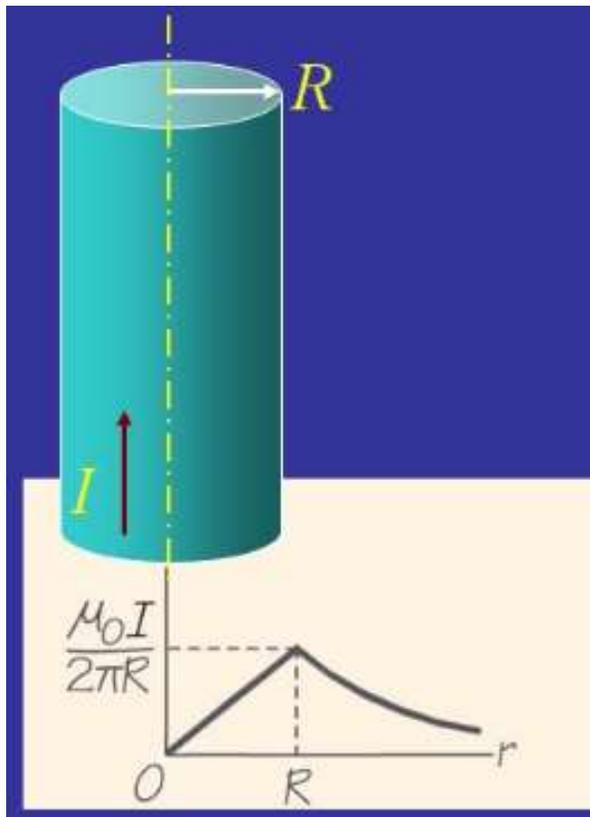


La conseguenza è che anche la corrente che scorre si trova soltanto in una regione superficiale e non può penetrare all'interno altrimenti produrrebbe un campo magnetico.



La teoria BCS

All'interno di un conduttore cilindrico normale, l'andamento della corrente è come in figura.



In un superconduttore, la corrente è confinata nella regione superficiale di spessore $4-5 \lambda_L$

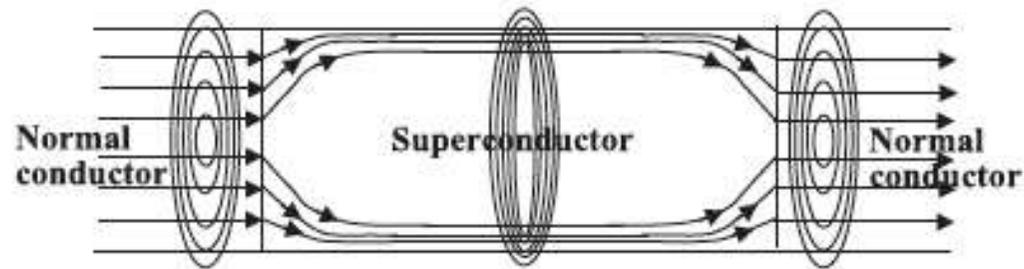
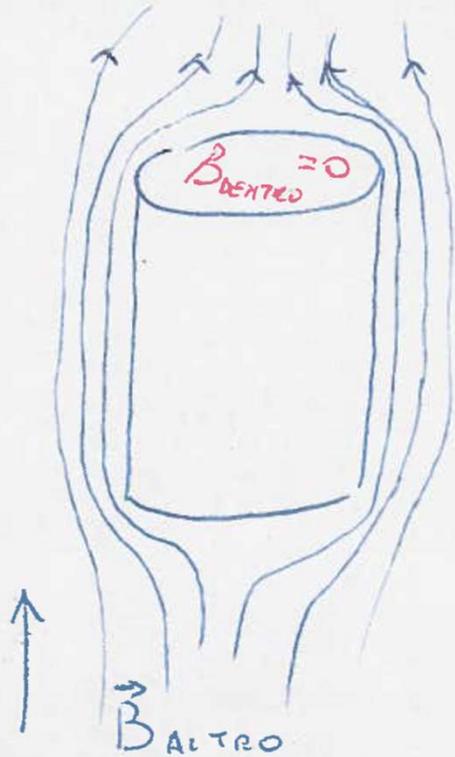


Figure 3. Current distribution in a superconducting wire fed by normal conducting leads. As electrons enter the superconducting region their velocities acquire a radial component and charge moves towards the surfaces together with magnetic field lines (circles).

Questo tipo di comportamento riguarda quelli che abbiamo classificato come superconduttori di tipo I

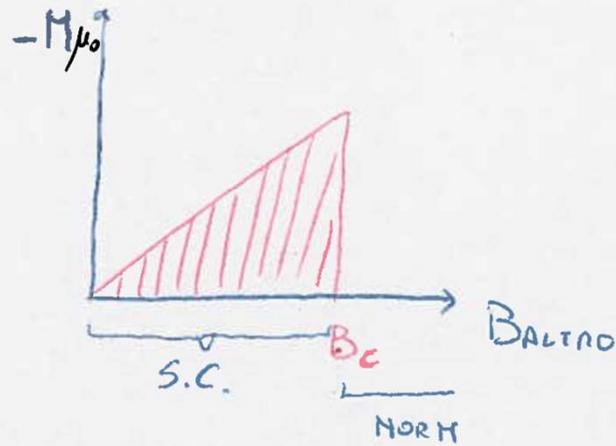
SUPERCONDUTTORI DI TIPO II

$|M| = |J_s|$

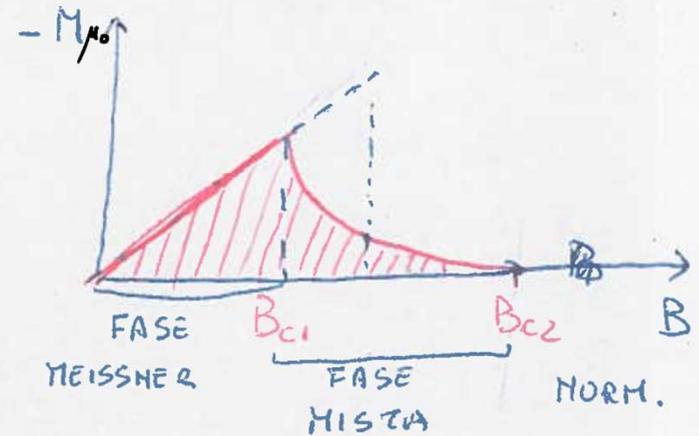


$T < T_c$ $0 = B_{DENTRO} = B_{ALTR0} + M$ $M = \frac{A}{m}$
 $\Rightarrow \mu_0 M = -B_{ALTR0}$

TIPO I



TIPO II



STESSA AREA SOTTESA

[LEGATA ALLA CONVENIENZA ENERGETICA STATO S.C.]

Superconduttori di tipo II

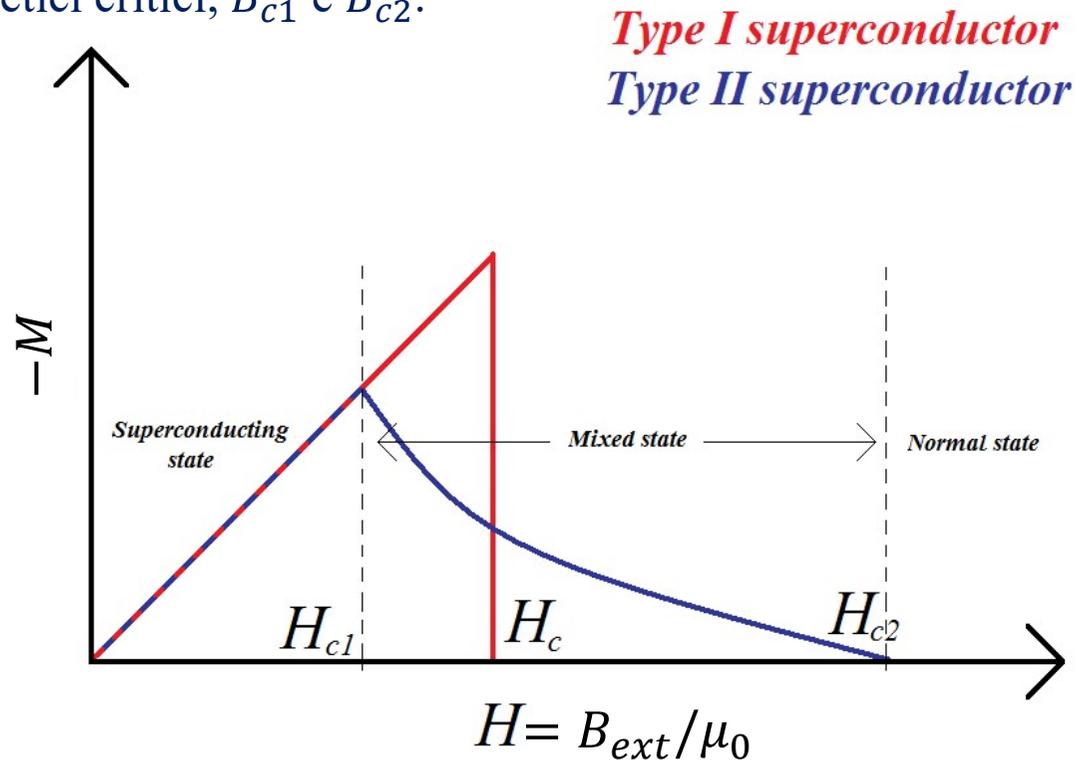
Per applicazioni pratiche, sarebbe un peccato avere soltanto superconduttori di tipo I perché questi non permetterebbero di avere correnti e campi magnetici nel materiale. Tuttavia, come abbiamo visto, i superconduttori di tipo II sono caratterizzati da due campi magnetici critici, B_{c1} e B_{c2} .

Per $B < B_{c1}$ si ha completa espulsione del campo magnetico (fase di Meissner)

Per $B_{c1} < B < B_{c2}$ il campo magnetico può penetrare sotto forma di tubi di flusso (fase mista).

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M}$$

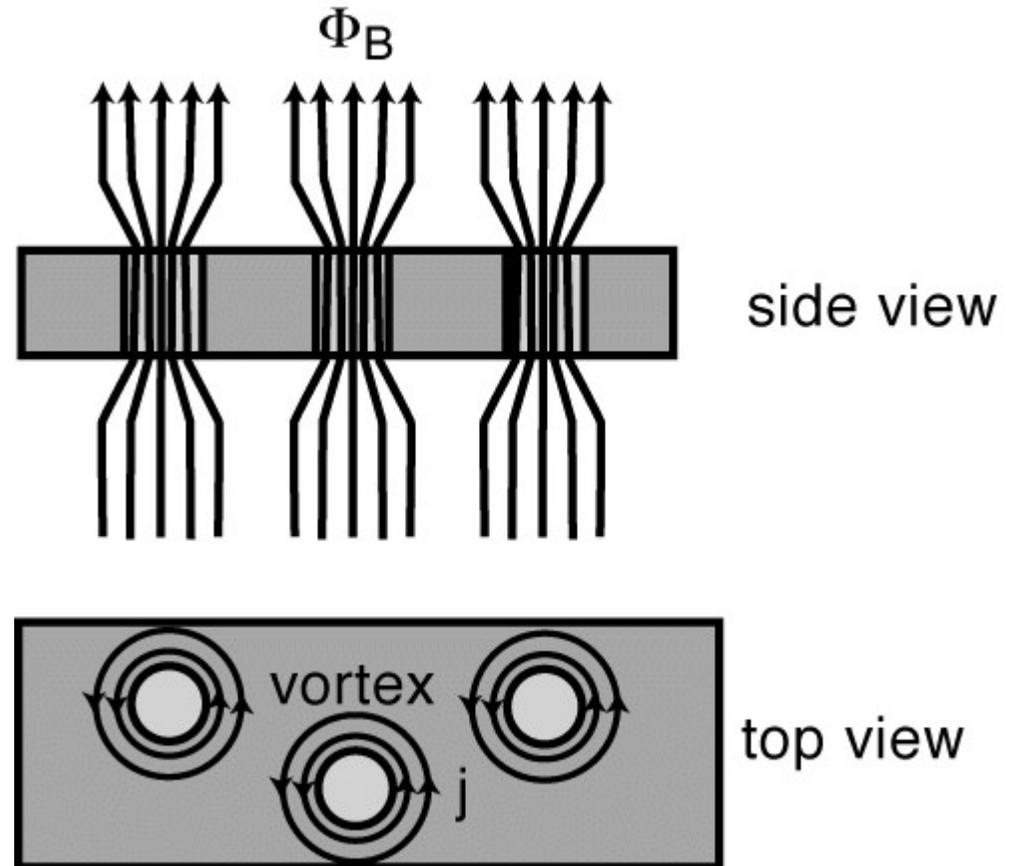
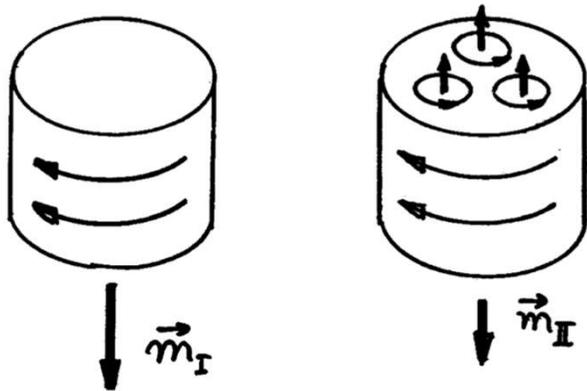
$$\text{Se } \vec{H} = -\vec{M} \rightarrow \vec{B} = 0$$



Superconduttori di tipo II

Nella fase mista, i campi sono concentrati in tubi di flusso e nascono delle correnti di vortice come in figura.

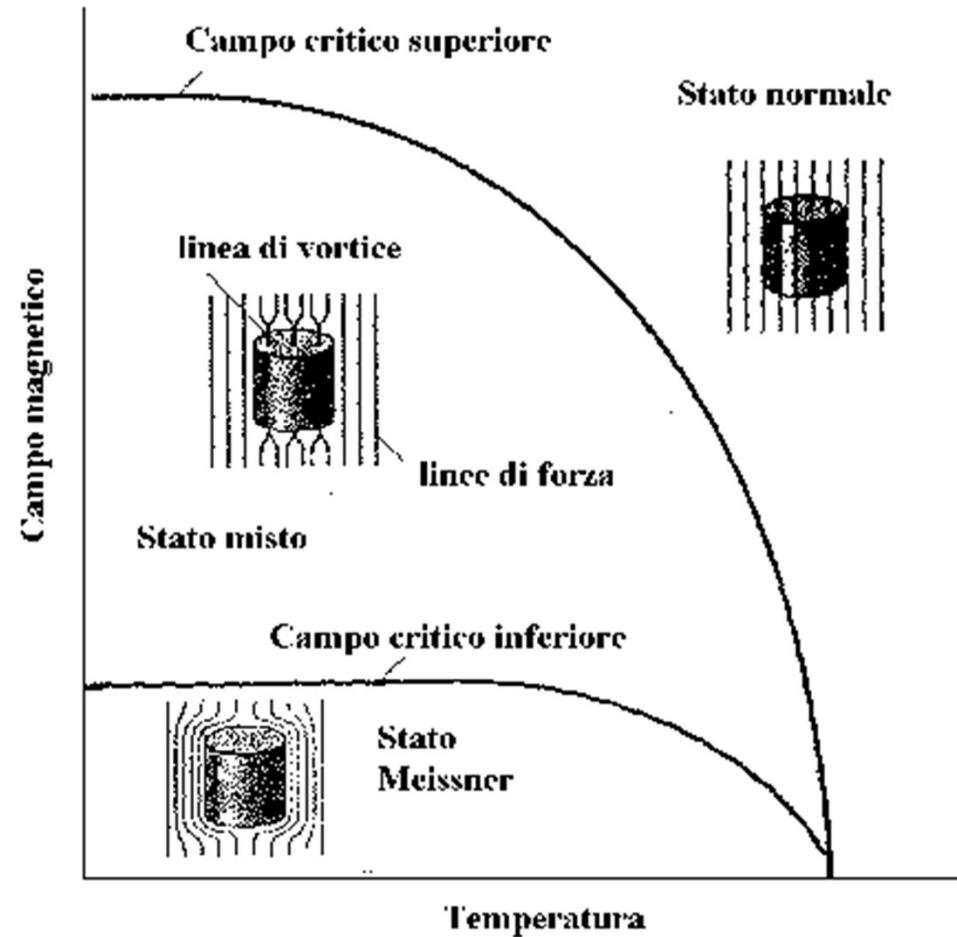
Poiché dentro il superconduttore è presente un campo magnetico, e quindi un'energia magnetica, meno energia deve essere espulsa e quindi **lo stato superconduttore resiste a campi magnetici più alti** (il momento magnetico opposto è più piccolo).



Diagrammi di fase

Un comune conduttore con $R = 0$ non espelle B . I superconduttori di tipo I hanno $R = 0$ e sono materiali diamagnetici perfetti.

Sono i superconduttori di tipo II quelli che hanno più applicazioni nella pratica.



Applicazioni dei superconduttori

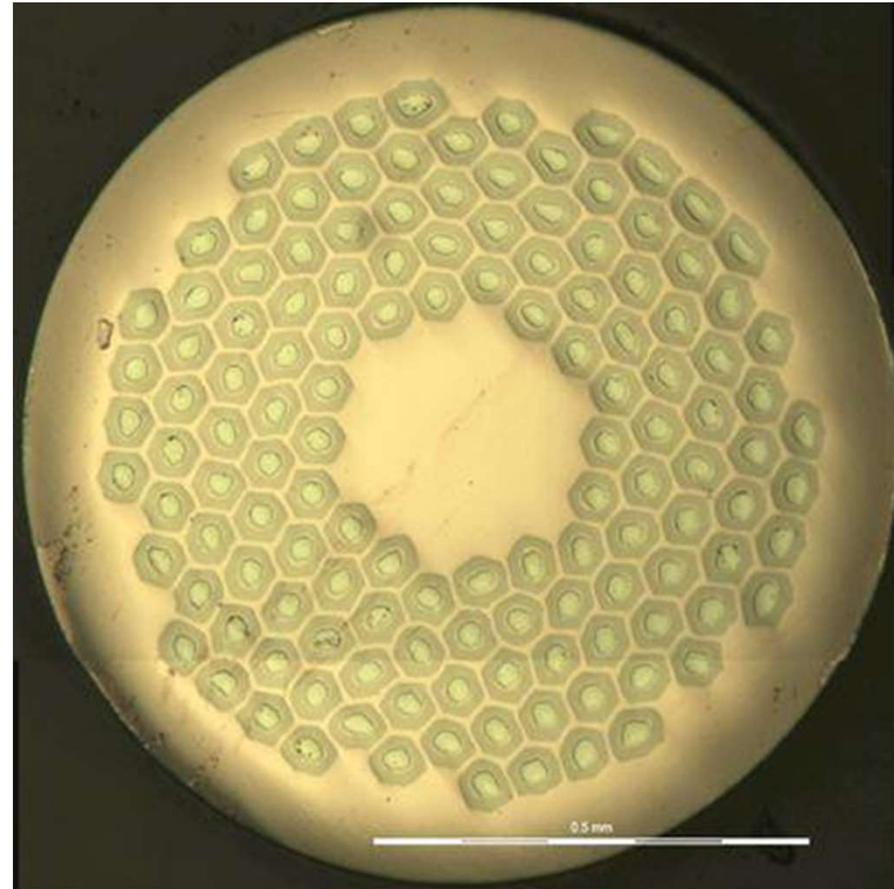
Cavi e magneti superconduttori.

In questo esempio si ha un filo di rame (single strand) al cui interno vi sono i filamenti superconduttivi.

La matrice di rame ha la funzione di supporto meccanico, ma anche di stabilizzatore termico ed elettrico in caso di transizioni normal-conduttive accidentali.

I filamenti hanno un diametro molto piccolo per aumentare la corrente totale attraverso lo stesso (che è soltanto superficiale).

Inoltre i filamenti sono «twistati» per evitare che si generino correnti parassite tra i filamenti.

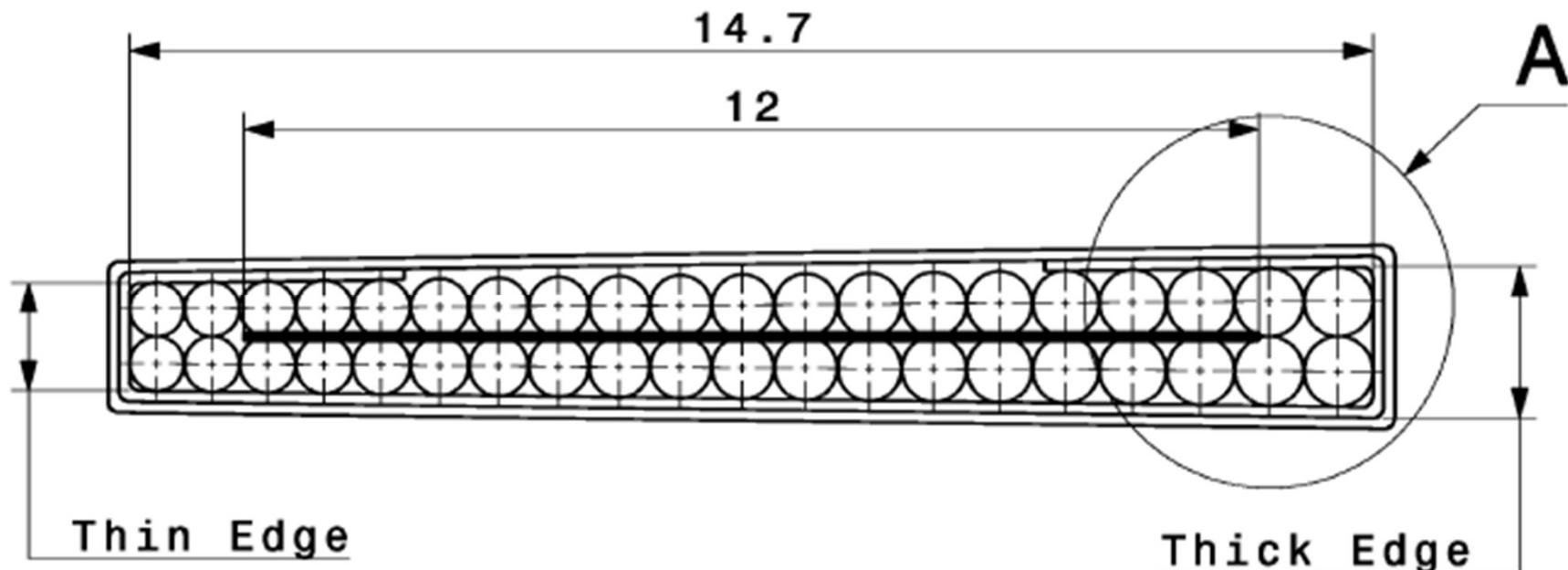


Applicazioni dei superconduttori

Cavi e magneti superconduttori.

Il cavo viene costruito utilizzando più strand per ottimizzare la procedura di avvolgimento in termini di numero spire.

Inoltre il cavo ha una sezione trapezoidale per agevolare l'avvolgimento (stesso principio dell'arco romano).



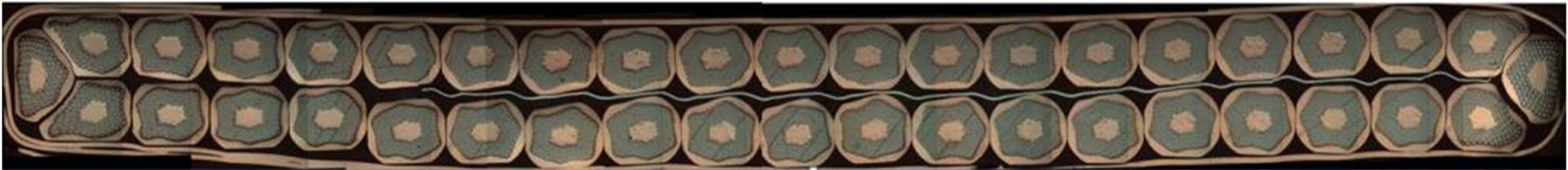
Applicazioni dei superconduttori

Cavi e magneti superconduttori.

Tra due strati di strand è presente un foglio di acciaio inossidabile che serve per rinforzare meccanicamente il cavo ed evitare quindi che si 'apra'.

L'isolamento è presente solo all'esterno ed è tipicamente di materiale resistente alle radiazioni e a temperature criogeniche.

Gli strand del cavo sono a loro volta twistati fra loro per evitare correnti parassite tra i diversi strand.

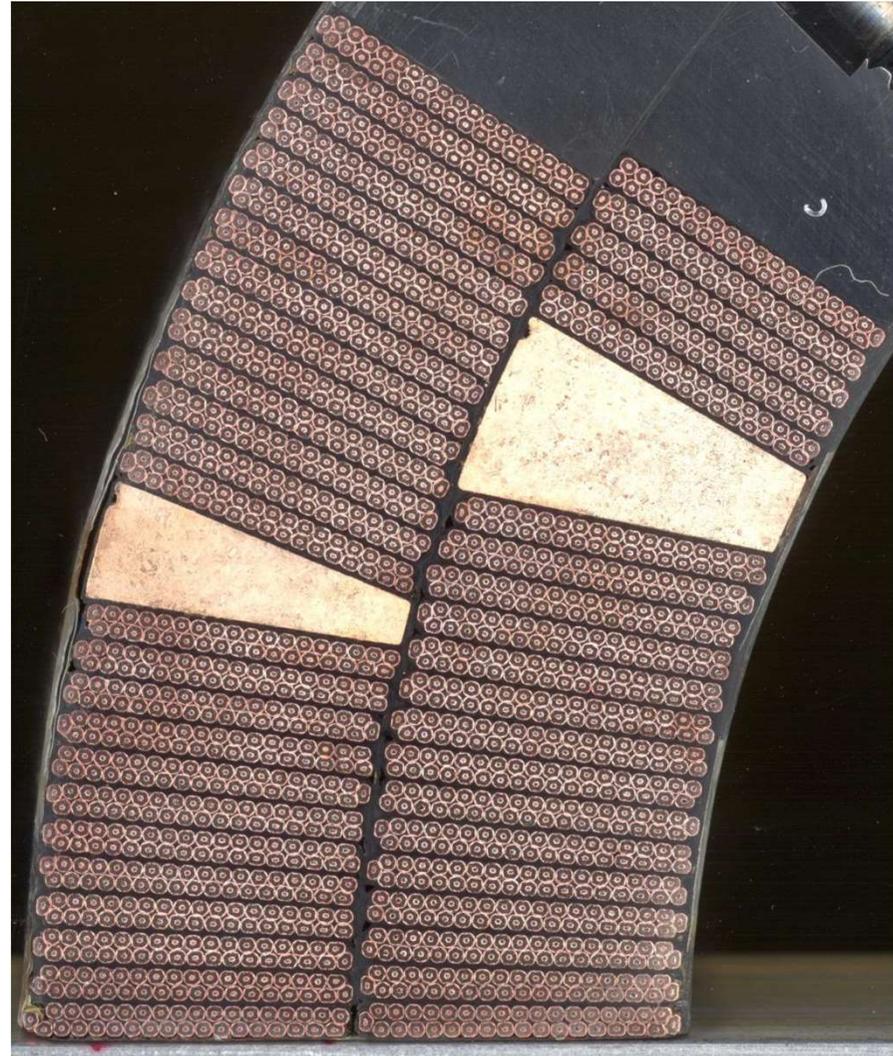


Applicazioni dei superconduttori

Cavi e magneti superconduttori.

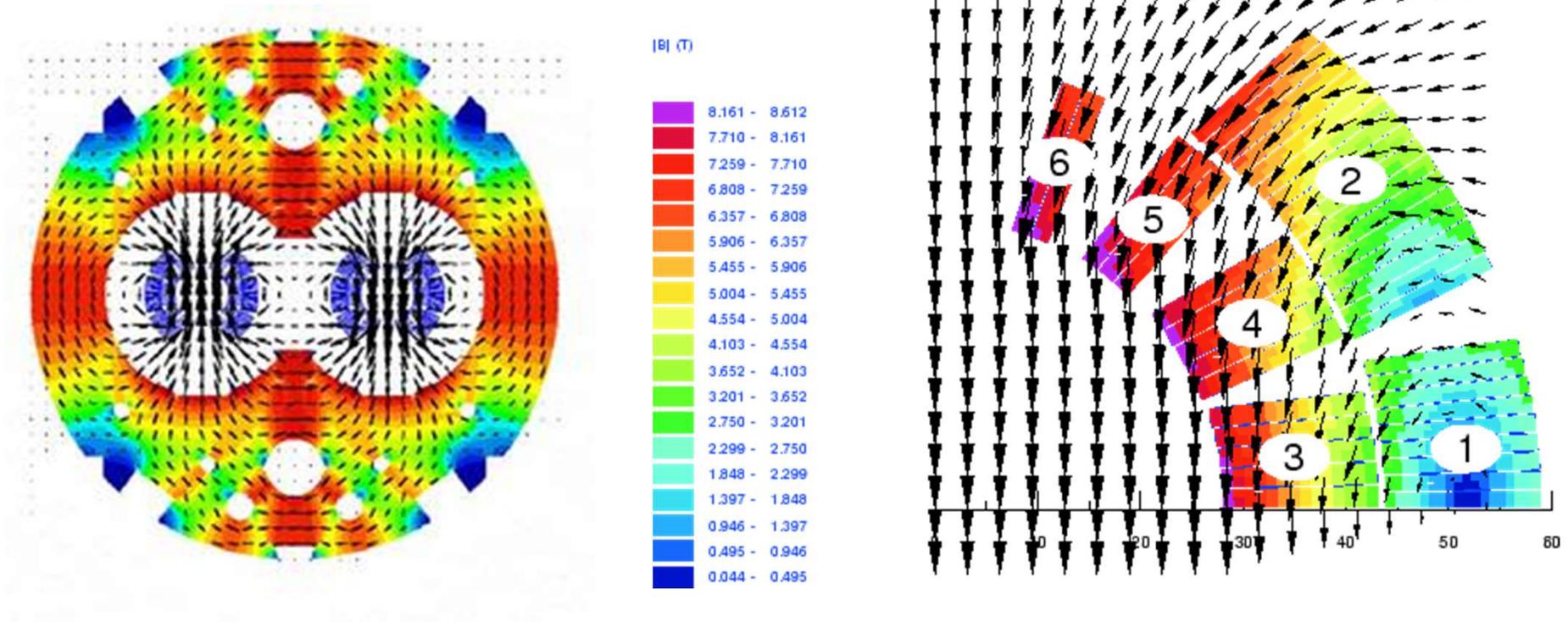
I cavi Rutherford vengono avvolti e quindi impilati formando dei blocchi.

I blocchi sono separati da cunei di rame che garantiscono stabilità meccanica e termica.



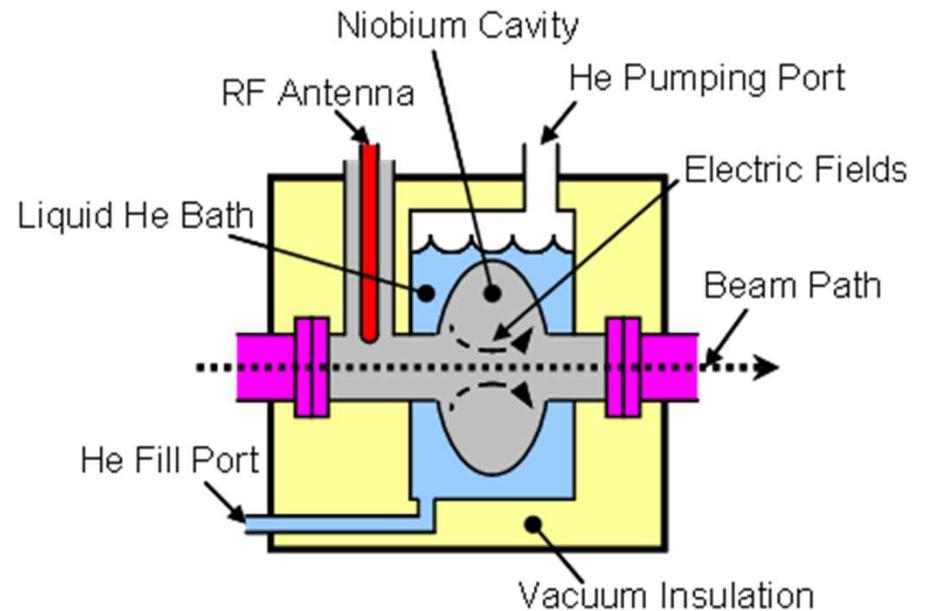
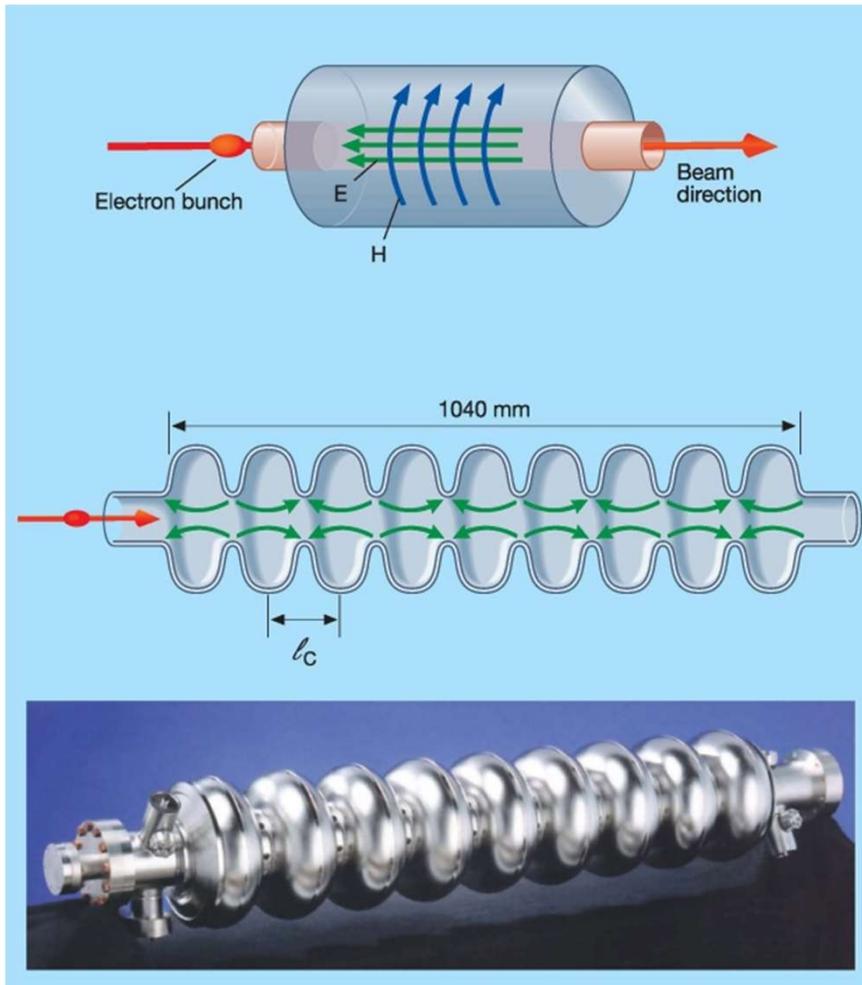
Applicazioni dei superconduttori

- Generazione di campi magnetici elevati (magneti superconduttori negli acceleratori tramite cavi superconduttori)



Applicazioni dei superconduttori

- Cavità elettromagnetiche senza perdite (anche queste utilizzate negli acceleratori)



Applicazioni dei superconduttori

- Levitazione magnetica

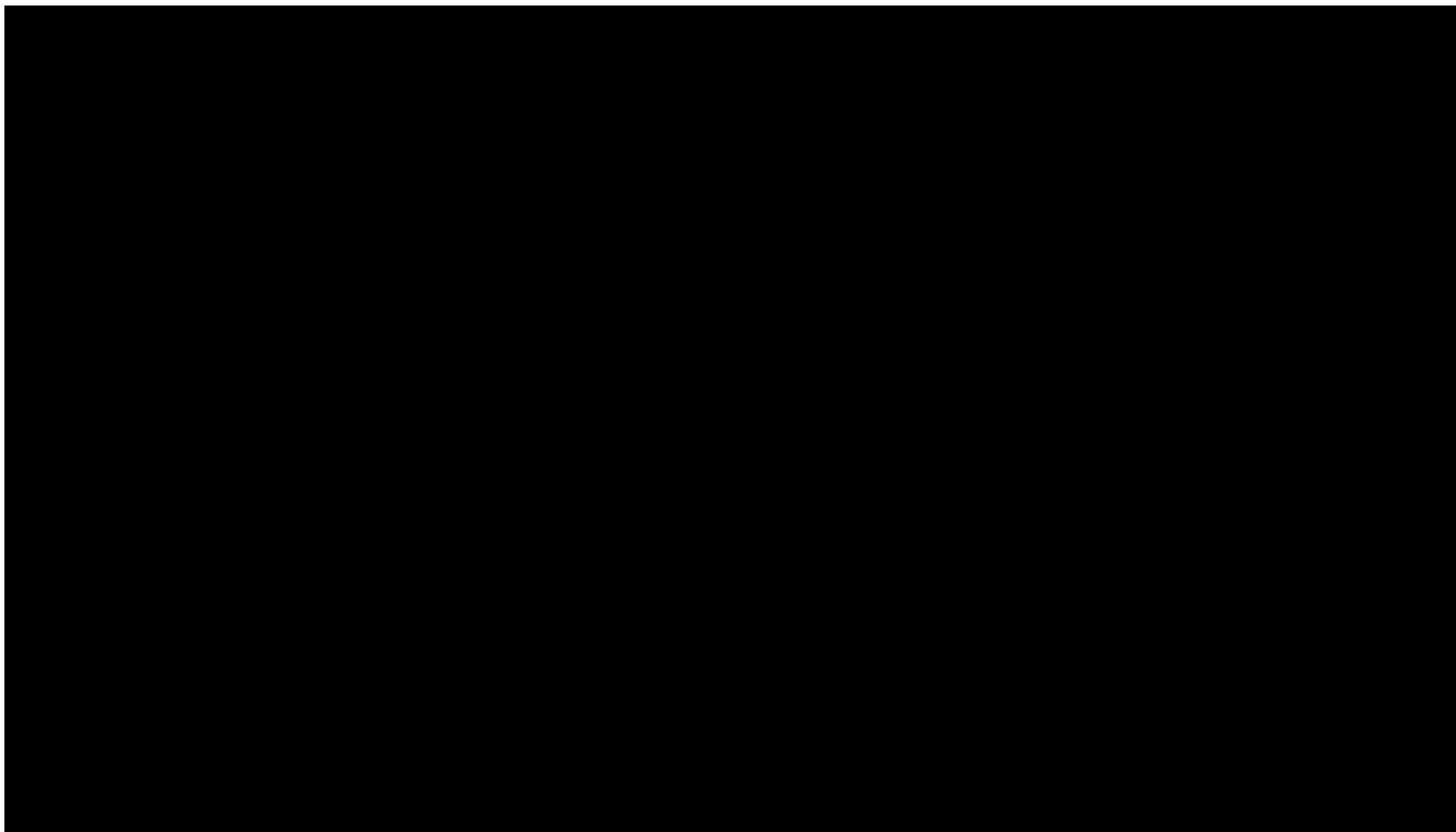
Un disco di zaffiro ricoperto da uno strato ultrasottile di ossido di ittrio-bario-rame, un materiale ceramico che a temperature normali non è particolarmente interessante ma che una volta raffreddato a -185° C diventa un superconduttore di tipo II, si lascia penetrare dal campo magnetico attraverso alcuni "punti deboli", i tubi di flusso quantizzati.

Questi distruggono la superconduttività al loro interno (il campo magnetico penetra all'interno di questi tubi di flusso), mentre il superconduttore cercherà di mantenerli ancorati a punti determinati.

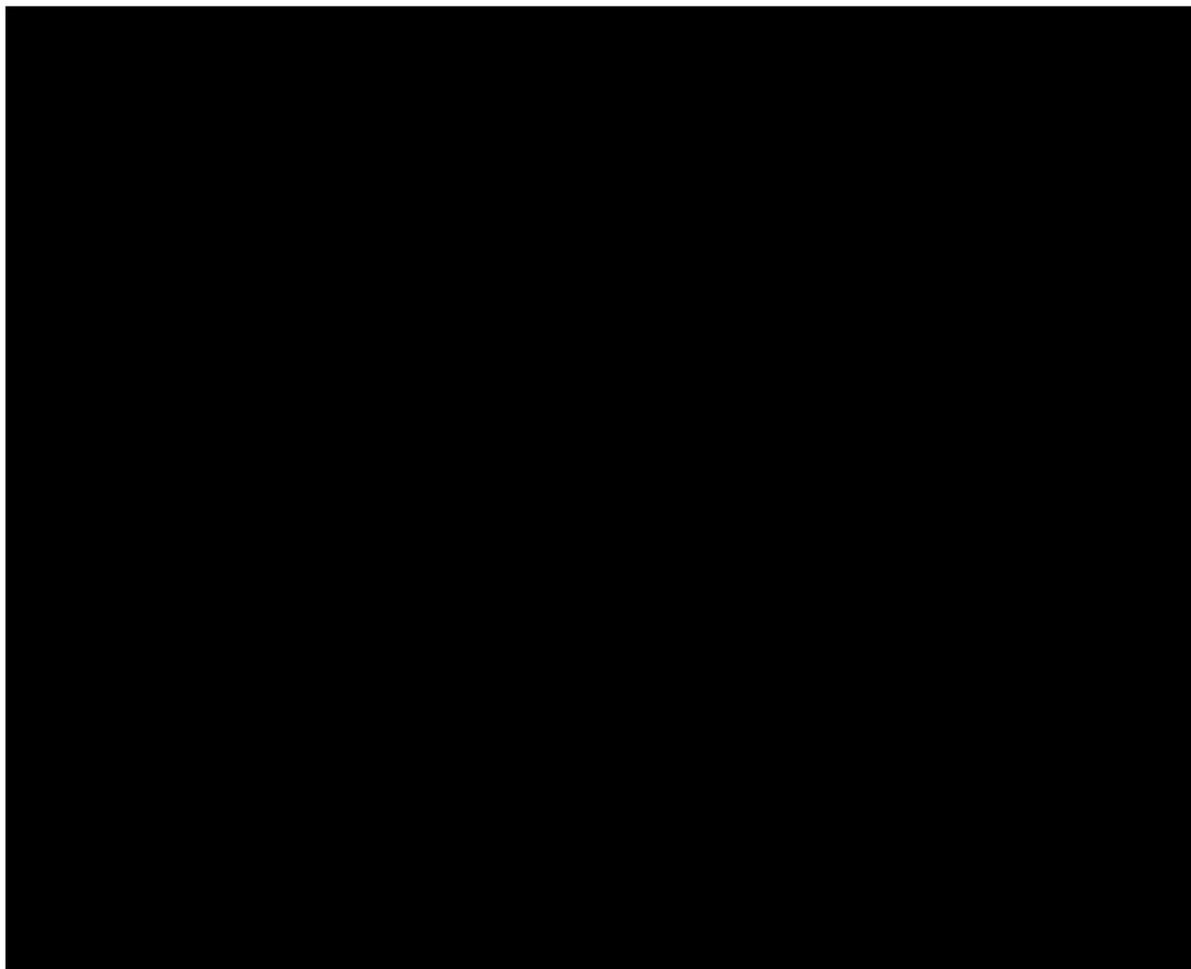
In questo modo ogni movimento del superconduttore porta con sé anche il moto dei tubi di flusso, che a loro volta cercano di bloccare la propria posizione rimanendo così intrappolati a mezz'aria.

Il fenomeno fisico è noto come locking quantistico.

Applicazioni dei superconduttori



Applicazioni dei superconduttori



Applicazioni dei superconduttori

