METODI MATEMATICI PER L'INGEGNERIA
Laurea in Ingegneria Meccanica

MOTIVARE TUTTE LE RISPOSTE

E 1 Data la funzione periodica di periodo 3π e definita nell'intervallo $[-\frac{3\pi}{2}, \frac{3\pi}{2})$ come

$$f(x) = x^2 \, sen\, x,$$

(i) Dire (motivando) come converge la sua serie di Fourier in R (puntualmente, totalmente, in media quadratica) e dire quanto vale la sua somma $S(x)$ per ogni punto $x \in R$.

(ii) Calcolare $S(\frac{23}{2}\pi)$ e $S(\frac{21}{2}\pi)$.

(iii) Dire cosa cambia se la funzione, periodica di periodo 3π è definita nell'intervallo $[0, 3\pi)$ come

$$f(x) = x^2 \, sen\, x,$$

E 2 Dire se le seguenti funzioni sono trasformate di Laplace di segnali e, in caso positivo, risalire al segnale usando la formula di inversione:

$$F(s) = \frac{e^{-2s}}{s^2 + 2s + 1}$$

e

$$F(s) = \frac{e^{-2s^2}}{s^2 + 2s + 1}.$$

E 3 Data la seguente funzione $f(z)$, scrivere i primi tre termini dello sviluppo in serie di Laurent di centro $z_0 = 0$ in un intorno forato di tale punto, precisando il raggio dell'intorno:

$$f(z) = \frac{sen\, z}{z^2(1-z)}.$$

D 1 Considerare la curva γ_1 definita per $x \in [0,1]$ da

$$y = x^2$$

e la curva γ_2 definita per $x \in [0,1]$ da

$$y = x^{\frac{3}{2}}.$$

Provare che

$$\int_{\gamma_1} Log(1-z^2)dz = \int_{\gamma_2} Log(1-z^2)dz$$

motivando il risultato.

D2

(i) Enunciare e dimostrare la condizione necessaria e sufficiente perchè una funzione $f(z)$ ammetta primitiva in un aperto A connesso.

(ii) Data la funzione

$$f(z) = (z-2i)^k \, sen\Big(\frac{1}{z-2i}\Big) \quad k \in Z,$$

classificare, al variare del parametro k, l'unica singolarità e calcolarne il residuo.

(iii) Dire per quali valori del parametro k la funzione ammette primitiva in $C - \{2i\}$.