

UNIVERSITA' DEGLI STUDI di ROMA LA SAPIENZA

Anno Accademico 2012 - 2013 - Ing. Aerospaziale
Esame di Fisica II [4 esercizi, domande a) e b)] ed
Elettromagnetismo [esercizi 1), 2), 4), domande a), b), c)]
Prova scritta del 18 gennaio 2013

1) Una carica puntiforme q_1 è posta nell'origine delle coordinate e una seconda carica q_2 è posta sull'asse x a distanza L . Trovare, sull'asse x , se e dove si annullano il potenziale e il campo elettrico. ($q_1 = 2\mu C$, $q_2 = -3\mu C$, $L = 1\text{m}$)

2) Un filo metallico di rame del diametro di $d=2\text{mm}$ e lunghezza di $L=300\text{m}$ mostra una resistenza a 20°C pari a $R_{20^\circ} = 1,6424\Omega$ e a 150°C $R_{150^\circ} = 2,415\Omega$. Trovare i valori di α , R_{0° , ρ_{0° , ρ_{20° .

3) Un circuito costituito da un filo con resistenza costante è sagomato come un triangolo equilatero. La corrente entra in un nodo e esce da un altro nodo. Dimostrare che il campo magnetico generato nel punto centrale O (intersezione delle mediane) è nullo.

4) In due solenoidi ideali coassiali di raggio R_1 e raggio $R_2 = 3R_1$ viene fatta scorrere una stessa corrente variabile nel tempo ma in versi opposti. Il solenoide di raggio R_1 è riempito di un mezzo con permeabilità magnetica $\mu_1 = 2\mu_0$, il resto dello spazio è vuoto. Se per ogni metro di lunghezza il solenoide 1 ha 2250 avvolgimenti, quanto deve essere il numero degli avvolgimenti sul solenoide 2 affinché il campo elettrico a distanza $r \geq R_2$ sia nullo. In queste condizioni, trovare la distanza r dall'asse in cui si annulla il campo elettrico nella zona $R_1 \leq r \leq R_2$.

a) Ricavare le espressioni per la densità di energia in presenza di campi elettrici e magnetici in un volume di un mezzo materiale omogeneo e uniforme.

b) Enunciare le leggi di Kirchhoff e applicarle, come esempio, risolvendo un circuito.

c) Ricavare la capacità di un condensatore costituito da due armature sferiche concentriche.

UNIVERSITA' DEGLI STUDI di ROMA LA SAPIENZA
 Anno Accademico 2012 - 2013 - Ing. Aerospaziale
 Esame di Fisica II [4 esercizi, domande a) e b)] ed
 Elettromagnetismo [esercizi 1), 2), 4), domande a), b), c)]
 Soluzioni appello del 18 gennaio 2013

1) Il potenziale in un punto qualsiasi dell'asse x sarà

$$V(x) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{q_1}{|x|} + \frac{q_2}{|x-L|} \right)$$

Imponendo $V = 0$ si ottiene $2|x-1m| = 3|x|$. Consideriamo le soluzioni per tre casi: per $x > 1m \Rightarrow 2(x-1m) = 3(x) \Rightarrow x = -2m$ (nessuna soluzione).

per $0 < x < 1m \Rightarrow -2(x-1m) = 3(x) \Rightarrow x = 0,4m$

per $x < 0 \Rightarrow -2(x-1m) = -3(x) \Rightarrow x = -2m$.

Eguagliando i moduli dei campi elettrici creati dalle due cariche si ha

$$\frac{2}{x^2} = \frac{3}{(x-L)^2}$$

quindi $x^2 + 4xL - 2L^2 = 0$ che ha soluzioni $x = -2L \pm \sqrt{4L^2 + 2L^2}$ cioè $x = -2m + 2,45m = 0,45m$ non accettabile in quanto, tra le due cariche, i versi dei campi sono concordi e non possono dare luogo a un campo risultante nullo, e $x = -2m - 2,45m = -4,45m$ che è il punto in cui il campo si annulla, come richiesto.

2) $R_{150^\circ} = 2,415\Omega = R_{0^\circ}(1 + \alpha 150^\circ)$ e $R_{20^\circ} = 1,6424\Omega = R_{0^\circ}(1 + \alpha 20^\circ)$

da cui $\alpha = 3,9 \cdot 10^{-3} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ e $R_{0^\circ} = 1,5236\Omega$.

Considerando che $R_{0^\circ} = \rho_{0^\circ}(L/A)$ allora $\rho_{0^\circ} = 1,596 \cdot 10^{-8}\Omega m$

infine $\rho_{20^\circ} = \rho_{0^\circ}(1 + \alpha 20^\circ) = 1,720 \cdot 10^{-8}\Omega m$.

3) Il ramo tra i due nodi di entrata e uscita della corrente è in parallelo con il ramo costituito dagli altri due lati e ha quindi una resistenza che è la metà di quella degli altri due lati. La corrente che scorre in questo ramo è quindi pari a $2/3 I$ mentre $1/3 I$ scorre nel ramo costituito dai due lati. I due lati in cui scorre la corrente $1/3 I$ contribuiscono nello stesso verso al campo magnetico in O che quindi avrà un'intensità proporzionale a $2/3 I$ che è pari in modulo, ma di verso opposto, al contributo al campo magnetico del lato in cui scorre la corrente $2/3 I$, per cui il campo magnetico risultante in O sarà nullo.

4) Nella zona $r \geq R_2$ i moduli dei campi generati dal solenoide 1 e 2 rispettivamente sono:

$$|E_1|2\pi r = \mu_1 n_1 |I'| \pi R_1^2 \text{ e } |E_2|2\pi r = \mu_1 n_2 |I'| \pi R_1^2 + \mu_0 n_2 |I'| \pi (R_2^2 - R_1^2)$$

imponendo $|E_1| = |E_2|$ si ha

$\mu_1 n_1 R_1^2 = \mu_1 n_2 R_1^2 + \mu_0 n_2 R_2^2 - \mu_0 n_2 R_1^2$ per cui

$$n_2 = \frac{\mu_1 n_1 R_1^2}{(\mu_1 R_1^2 + \mu_0 R_2^2 - \mu_0 R_1^2)}$$

Poiché $\mu_1 = 2\mu_0$ e $R_2 = 3R_1$ allora

$$n_2 = \frac{2\mu_0 n_1 R_1^2}{\mu_0 (R_1^2 + R_2^2)} = \frac{2R_1^2}{10R_1^2} n_1 = \frac{n_1}{5} = 450 \text{ sp/m}$$

In questa configurazione, nella zona $R_1 \leq r \leq R_2$ i due campi sono

$$|E_1| 2\pi r = \mu_1 n_1 |I'| \pi R_1^2 \text{ e } |E_2| 2\pi r = \mu_1 n_2 |I'| \pi R_1^2 + \mu_0 n_2 |I'| \pi (r^2 - R_1^2)$$

Imponendo l'uguaglianza dei moduli, e considerando che $\mu_1 = 2\mu_0$ e $n_1 = 5n_2$
 $n_2 2\mu_0 R_1^2 + n_2 \mu_0 r^2 - n_2 \mu_0 R_1^2 - 5n_2 2\mu_0 R_1^2 = 0$ quindi $r^2 = (-2 + 1 + 10)R_1^2$ e $r = 3R_1 = R_2$
 il campo elettrico si annulla solamente per $r = R_2$.