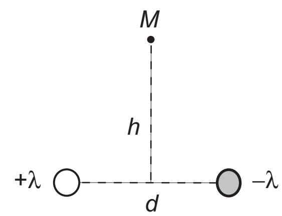
UNIVERSITA' DEGLI STUDI di ROMA LA SAPIENZA

Anno Accademico 2011 - 2012 - Ing. Aerospaziale

Esame di Fisica II (ord. 270, 9 CFU) prof. Germano

Prova scritta del 20 settembre 2012

1)Due distribuzioni rettilinee indefinite di carica, nel vuoto, sono tra loro parallele a distanza d e hanno una densità lineica di carica $+\lambda$ e $-\lambda$, rispettivamente. Determinare il vettore campo elettrico in un punto M equidistante dai fili, a distanza h dal loro piano. ($\lambda = 1\,\mu\mathrm{C/m}$, $d = 2\,\mathrm{cm}$, $h = \sqrt{3}\,\mathrm{cm}$).



2)Una lastra conduttrice di spessore d e area A viene inserita parallelamente alle armature di un condensatore piano distanti l ($d < l$) e aventi area A. Determinare il valore della capacità del sistema.

3)Due spire circolari complanari e coassiali, di diametri rispettivamente eguali a $R_1 = 5\,\mathrm{cm}$ e $R_2 = 8\,\mathrm{cm}$, sono percorse da due correnti elettriche discordi di pari intensità. Si determini la distanza dal piano delle spire del punto sull'asse in cui il campo di induzione magnetica B prodotto dalle correnti ha componente assiale nulla.

4)Due spire piane e circolari, complanari e concentriche, hanno raggio $a = 2\,\mathrm{cm}$ e $b = 1\,\mathrm{m}$ rispettivamente. Il filo di cui sono fatte le spire ha una sezione di $S = 3\,\mathrm{mm}^2$ e resistivita pari a $\rho = 12 \times 10^{-8}\,\Omega{\cdot}\mathrm{m}$. Se nella spira esterna scorre una corrente variabile nel tempo con legge $i = 200\mathrm{t}\,\mathrm{A}$, con t espresso in secondi, determinare la corrente indotta nella spira interna.

a) Ricavare l'espressione dell'energia immagazzinata in un condensatore piano in funzione della carica e potenziale e in funzione del campo elettrico. Verificare l'uguaglianza delle due espressioni.

b) Ricavare la seconda formula di Laplace (forza magnetica su una corrente).

c) Ricavare e giustificare la correzione di Maxwell alla legge di Ampère.

UNIVERSITA' DEGLI STUDI di ROMA LA SAPIENZA

Anno Accademico 2011 - 2012 - Ing. Aerospaziale

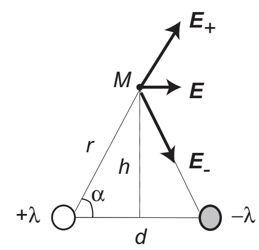
Esame di Fisica II (ord. 270, 9 CFU) prof. Germano

Soluzioni del 20 settembre 2012

1)

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_+ + \mathbf{E}_-$$

$$E_+ = E_- = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r} \quad \Rightarrow \quad E = 2\,\frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}\cos\alpha$$



dove:

$$\cos\alpha = \frac{d}{2r}, \quad r = \sqrt{h^2 + \frac{d^2}{4}},$$

pertanto:

$$E = \frac{\lambda d}{2\pi\epsilon_0\left(h^2 + \dfrac{d^2}{4}\right)} = 9\times 10^5\,\mathrm{V/m}$$

2) Il campo elettrico all'interno della lastra conduttrice è nullo; pertanto la differenza di potenziale tra le armature del condensatore è pari a:

$$\Delta V = V_A - V_B = \int_A^B \mathbf{E}\cdot d\mathbf{l} = \frac{\sigma}{\epsilon_0}\,(l-d) \quad \text{essendo } \sigma \text{ la densità areica di carica.}$$

Quindi:

$$C = \frac{Q}{\dfrac{\sigma}{\epsilon_0}(l-d)} = \frac{A\,\epsilon_0}{l-d}.$$

3) Il campo B sull'asse di una spira a distanza z dal piano di questa ha solo componente assiale, pari a

$$B_z = \frac{\mu_0 i R^2}{2\left(R^2+z^2\right)^{3/2}}.$$

Per due spire percorse da correnti discordi il campo è nullo nel punto di coordinate z che soddisfa la relazione

$$\frac{\mu_0 i R_1^2}{2\left(R_1^2+z^2\right)^{3/2}} = \frac{\mu_0 i R_2^2}{2\left(R_2^2+z^2\right)^{3/2}} \qquad \Rightarrow \qquad z = \sqrt{\frac{R_1^2 R_2^{4/3} - R_2^2 R_1^{4/3}}{R_1^{4/3} - R_2^{4/3}}} = 4.44\,\mathrm{cm}.$$

4) La corrente nella spira interna è pari alla f.e.m. indotta f_i divisa per la resistenza R della spira stessa, dove

$$R = \rho \frac{2\pi a}{S} = 5\,\mathrm{m\Omega}.$$

Il flusso di B che attraversa la spira interna è dato dalla sezione della spira stessa A e dal campo B prodotto dalla spira esterna al centro della stessa

$$\varphi = AB = \pi a^2 \frac{\mu_0 i}{2b}.$$

La forza elettromotrice indotta è quindi pari a:

$$f_i = AB = \left| \frac{d\varphi}{dt} \right| = \frac{\pi a^2 \mu_0}{2b} \frac{di}{dt} = \frac{\pi a^2 \mu_0}{2b} 200 = 0.158\,\mu\mathrm{V}.$$

Otteniamo infine la corrente che circola nella spira interna

$$i = \frac{f_i}{R} = \frac{1.58 \times 10^{-7}}{5 \times 10^{-3}} = 0.0316\,\mathrm{mA}.$$