SAPIENZA Università di Roma
Corso di Laurea in Ingegneria Meccanica

Corso di Fisica I

Proff. Marco Rossi, Daniele Passeri e Alessio Sarti

Prova di esame dell' 8 giugno 2023
APPELLO ordinario – a.a. 2022-23

Risolvere gli esercizi seguenti formulando la loro soluzione prima analiticamente e poi numericamente.

1. Un ascensore sale con accelerazione costante a_0 = 3.4 m/s^2. Dopo 1.4 s dalla partenza, una lampadina si stacca dal soffitto (altezza della cabina h = 3.1 m). Determinare quanto tempo impiega la lampadina a raggiungere il pavimento e di quanto varia la sua quota, durante la caduta, per un osservatore fermo all'esterno dell'ascensore (si assimili la lampadina ad un punto materiale).

2. Un cilindro di massa m = 2 kg viene, posto su un piano orizzontale con attrito (μ_d=0.3), riceve un impulso orizzontale (da considerarsi istantaneo), in direzione perpendicolare al suo asse, tale che inizia a muoversi con una velocità iniziale del suo centro di massa pari a v_0= 9 m/s. Calcolare:
a) l'istante t_1 in cui il cilindro comincia a muoversi di moto di puro rotolamento;
b) l'energia dissipata durante lo slittamento e durante la fase di puro rotolamento.

3. Calcolare a che altezza dal livello del mare l'accelerazione di gravità si riduce dell'1% rispetto al suo valore alla superficie. Calcolare inoltre la riduzione ad una altezza, rispetto alla superficie, pari a 300 km (valor medio della quota della Stazione Spaziale Internazionale). [R_T= 6371 km]

4. Un gas perfetto biatomico compie un ciclo reversibile formato da due trasformazioni isocore e due trasformazioni adiabatiche. Sapendo che il volume massimo (V_A) è 5 volte quello minimo (V_B), calcolare il rendimento η del ciclo.

5. Un recipiente adiabatico dotato di pistone mobile contiene una mole di gas perfetto monoatomico. Il sistema è in equilibrio essendo sottoposto ad una certa pressione esterna P_i (stato A). La pressione viene quindi bruscamente triplicata e il sistema raggiunge un nuovo stato di equilibrio (stato B) in cui il volume è 3/4 di quello iniziale. La pressione viene successivamente ridotta in modo reversibile finché il sistema torna in equilibrio con la pressione P_i (stato C). Calcolare la variazione totale di entropia del gas nella trasformazione complessiva AC.

Sezione TEORIA

Rispondere facoltativamente, con essenzialità e correttezza, alle seguenti domande.

T1. Indicare quanti gradi di libertà ha un corpo rigido e spiegare il numero indicato.

T2. Spiegare perché in base al modello di gas perfetto ci si aspetta che la sua energia interna non debba dipendere dal volume

SAPIENZA Università di Roma
Corso di Laurea in Ingegneria Meccanica

Corso di Fisica I
Proff. Marco Rossi, Daniele Passeri e Alessio Sarti

SOLUZIONI della prova di esame dell' 8 giugno 2023
APPELLO ordinario – a.a. 2022-23

E1. L'accelerazione della lampadina rispetto all'ascensore è pari a: $a_{lamp} = -a_0 - g$. Il tempo di caduta si calcola dunque tramite la relazione $y'(t) = h - \frac{1}{2}(a_0+g)(t-t_0)^2$ dove t_0 = 1.4s ed imponendo y' = 0. Si ricava quindi che il tempo t_c per cui vale y' = 0 è *a)* t_c = 0.68 s. Per il calcolo della variazione di quota, dal momento del distacco, in un sistema di riferimento inerziale esterno possiamo scrivere: *b)* $\Delta y(t_c) = v(t_0)*(t_c) - \frac{1}{2} g\, t_c^2$ = 0.96 m dove $v(t_0) = a_0 * t_0$ = 4.8 m/s

---

E2. Dalla I eq. cardinale: $-\mu_d mg = ma_c \Rightarrow v_c(t) = v_0 - \mu_d gt;$

dalla II eq. cardinale: $\mu_d mgR = I_c\dot{\omega} \Rightarrow \omega(t) = \frac{2\mu_d g}{R}t.$

L' istante t_{1t} in cui comincia il puro rotolamento si ricava da:

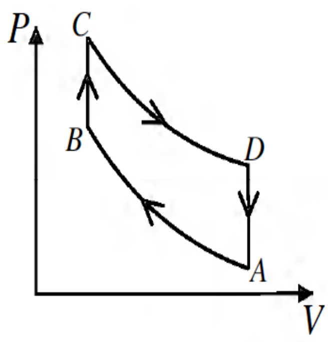
$$v_c(t_1) = R\omega(t_1) \Longrightarrow t_1 = \frac{v_0}{3\mu_d g} = 1.02\ s,\ \omega = \frac{2}{3}\frac{v_0}{R};\ v_c = \frac{2}{3}v_0 = 6\ m/s;$$

L'energia meccanica E si conserva durante il rotolamento puro, mentre durante lo slittamento diminuisce:

$$\Delta E = \Delta K = K_i - K_f = \frac{1}{2}mv_0^2 - \left(\frac{1}{2}mv_c^2 + \frac{1}{2}I_c\omega^2\right) = \frac{1}{6}mv_0^2 = 27\ J$$

E3. Scrivendo l'accelerazione di gravità nella sua forma calcolata facendo uso della legge di gravitazione universale si ottiene $g = GM/R_T^2$. Dal testo imponiamo: $0.99*g = GM/R_x^2$ e ricaviamo R_x tramite: $0.99 * (1/R_T^2) = 1/R_x^2$ ed infine $R_x = R_T/\sqrt{0.99} = 30$ km dalla superficie terrestre. Per una distanza pari a 300 km avremo $R_T^2/R_x^2 = R_T^2/(R_T+300km)^2$ pari ad una riduzione di 8.8%.

E4. $A \to B\ (adiab) \Rightarrow T_A V_A^{\gamma-1} = T_B V_B^{\gamma-1} \Rightarrow \frac{T_A}{T_B} = \left(\frac{V_B}{V_A}\right)^{\gamma-1} = \frac{1}{k^{\gamma-1}}$



$B \to C\ (isocora) \Rightarrow Q_{BC} = nc_V\left(T_C - T_B\right) > 0$

$C \to D\ (adiab) \Rightarrow T_C V_C^{\gamma-1} = T_D V_D^{\gamma-1} \Rightarrow \frac{T_D}{T_C} = \left(\frac{V_C}{V_D}\right)^{\gamma-1} = \frac{1}{k^{\gamma-1}}$

$D \to A\ (isocora) \Rightarrow Q_{DA} = n\tilde{c}_V\left(T_A - T_D\right) < 0$

$Essendo\ \frac{T_B}{T_C} = \frac{T_A}{T_D}\ e\ \eta = 1 - \frac{|Q_{ced}|}{Q_{ass}}$

$\eta = 1 - \frac{(T_D - T_A)}{(T_C - T_B)} = 1 - \frac{T_D}{T_C} = 1 - k^{1-\gamma} = 1 - 5^{-\frac{2}{5}} \approx 0.47$

E5. La trasformazione *BC* è adiabatica reversibile quindi l'entropia del gas non varia. Viceversa, la trasformazione AB è adiabatica irreversibile. La variazione di entropia del gas è:

$$\Delta S = nR\, ln(V_f/V_i) + nc_v\, ln(T_f/T_i).$$

Per trovare T_f/T_i considero che la trasformazione è adiabatica quindi:

$\Delta U = -L_{gas} = L_{esterno}$ quindi $nc_v\left(T_F - T_i\right) = P_f(V_i - V_f)$ da cui si ottiene:

$$T_f/T_i = 1 + \frac{P_f}{P_i}\frac{2}{3}(1 - V_f/V_i).$$

Essendo $\Delta S = nR\, ln(V_f/V_i) + n3/2R\, ln(1 + \frac{P_f}{P_i}\frac{2}{3}(1 - V_f/V_i))$ e sostituendo si ottiene:

$$\Delta S = Rln\frac{3}{4} + \frac{3}{2}Rln(1 + 3\frac{2}{3}(1 - \frac{3}{4})) = R(ln\frac{3}{4} + \frac{3}{2}ln\frac{3}{2}) = 2.66\, J/K$$
