

# *Onde gravitazionali e buchi neri: la teoria della Relativita' Generale in azione*

Valeria Ferrari



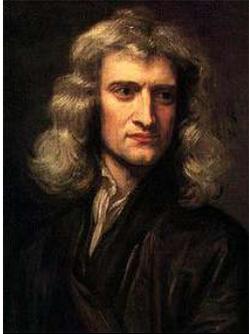
**SAPIENZA**  
UNIVERSITÀ DI ROMA



**AMALDI**  
RESEARCH CENTER

Roma 6 maggio 2021

La teoria della gravita' di Newton  
1687



$$F_{\text{Newt}} = -Gm_1m_2/r^2$$

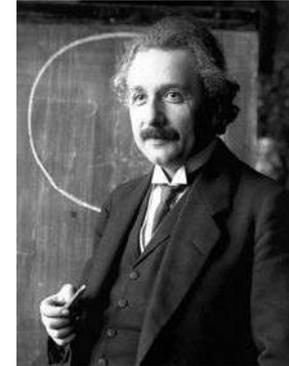


lo spazio e il tempo sono dati  
a priori e sono due entita' separate

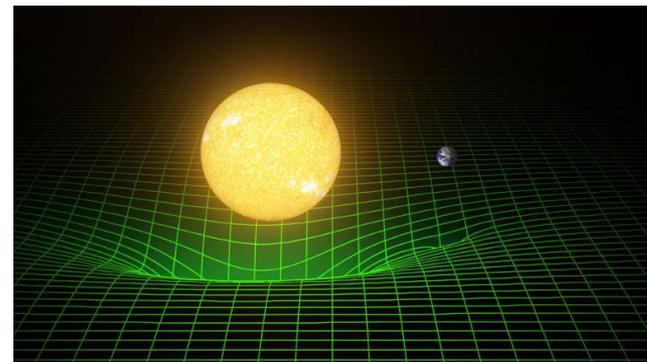
Il tempo e' assoluto: scorre nello  
stesso modo dovunque e sempre

La teoria della gravita' di Einstein:  
Relativita' Generale

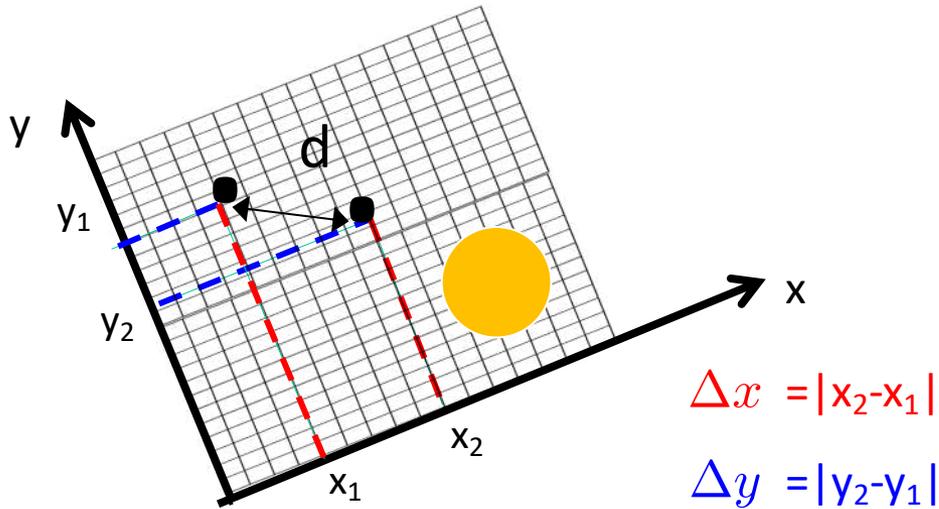
1915



Lo spazio-tempo e' un'entita' **dinamica ed elastica**  
che **influenza ed e' influenzata** dalla massa dei  
corpi e dall'energia che contiene



Nella teoria di Newton



$$\Delta x = |x_2 - x_1|$$

$$\Delta y = |y_2 - y_1|$$

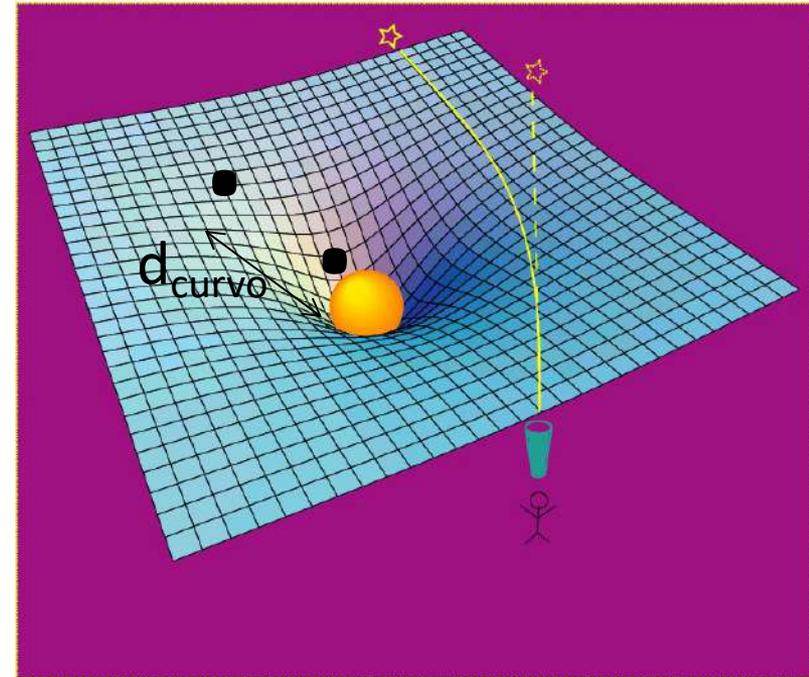
Distanza tra due punti nello spazio piatto

$$d^2 = \Delta x^2 + \Delta y^2$$

teorema di Pitagora

i “pesi” da dare a  $\Delta x$  e a  $\Delta y$  per calcolare la distanza sulla superficie curva sono le componenti del  **tensore metrico**

Nella teoria di Einstein i corpi massivi curvano lo spazio



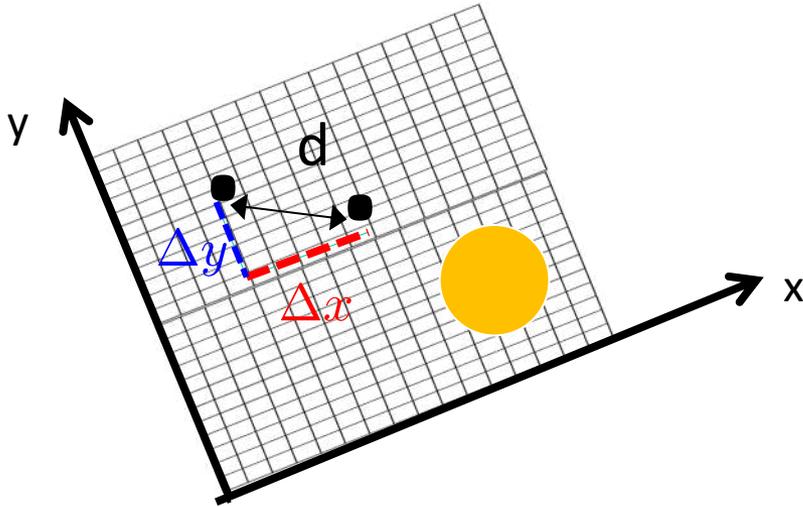
nello spazio “curvato” dalla massa, varia la distanza tra i due punti perché varia la  **geometria**  dello spazio

$$d^2 = g_{xx}\Delta x^2 + g_{yy}\Delta y^2 + 2g_{xy}\Delta x\Delta y$$

$$g_{\alpha\beta} = \begin{pmatrix} g_{xx} & g_{xy} \\ g_{yx} & g_{yy} \end{pmatrix}$$

tensore simmetrico  $g_{xy} = g_{yx}$

Nella teoria di Newton

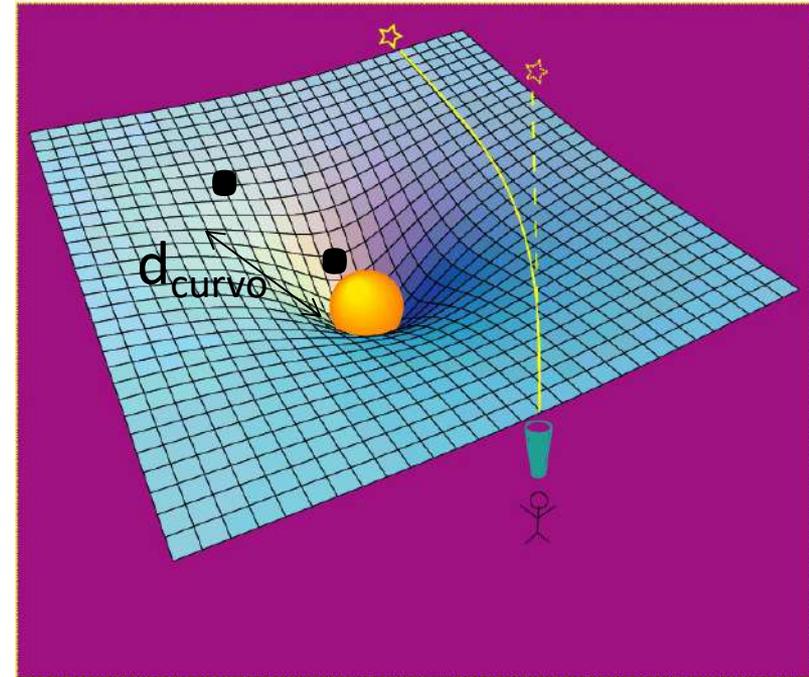


Distanza tra due punti nello spazio piatto

$$d^2 = \Delta x^2 + \Delta y^2$$

teorema di Pitagora

Nella teoria di Einstein i corpi massivi curvano lo spazio



nello spazio "curvato" dalla massa, varia la distanza tra i due punti perché varia la **geometria** dello spazio

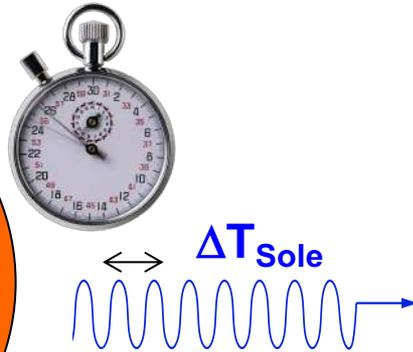
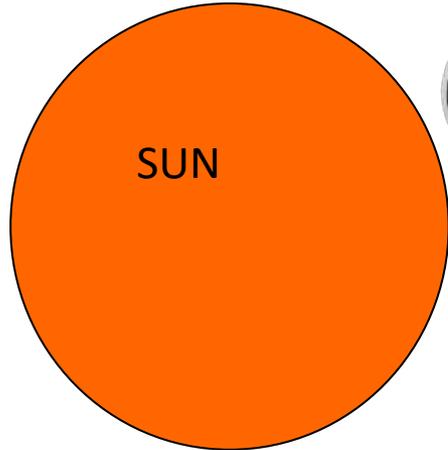
$$d^2 = g_{xx}\Delta x^2 + g_{yy}\Delta y^2 + 2g_{xy}\Delta x\Delta y$$

Il **tensore metrico** ha un duplice ruolo:

- permette di calcolare la distanza tra punti
- contiene le informazioni sul campo gravitazionale

$$g_{\alpha\beta} = \begin{pmatrix} g_{xx} & g_{xy} \\ g_{yx} & g_{yy} \end{pmatrix}$$

# I corpi massivi influenzano anche lo scorrere del tempo



$\Delta T_{Sole}$  = intervallo di tempo tra l'emissione di due creste successive misurato da un orologio sul Sole

Lo stesso orologio sulla Terra misura l'intervallo  $\Delta T_{Terra}$  tra la ricezione delle due creste spedite dalla superficie del Sole.

$\Delta T_{Terra}$  e  $\Delta T_{Sole}$  sono differenti

$$\Delta T_{Sole} < \Delta T_{Terra}$$

$$\nu_{Sole} = \frac{1}{\Delta T_{Sole}}$$

$$\nu_{Terra} = \frac{1}{\Delta T_{Terra}}$$

$$\nu_{Terra} < \nu_{Sole}$$

la frequenza della radiazione ricevuta a Terra e' minore di quella di emissione (redshift delle linee spettrali, fenomeno molto importante in astronomia)

Questi effetti hanno un impatto sulla nostra vita quotidiana:



Per localizzare la posizione di un'automobile con il navigatore satellitare vengono spediti dei segnali ai satelliti del sistema GPS in orbita intorno alla Terra.

correzione di Relatività Generale = 45.7 microsecondi al giorno: se non se ne tenesse conto il navigatore darebbe una posizione sbagliata di svariati chilometri.

# EQUAZIONI DI EINSTEIN

$$G_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu}$$

G e' la costante di gravitazione universale =  $6,7 \times 10^{-8} \text{ cm}^3 / \text{g s}^2$   $F_{\text{Newt}} = -Gm_1m_2/r^2$   
c e' la velocita' della luce :  $\sim 300.000 \text{ km/s}$

$T_{\mu\nu}$  è il tensore energia-impulso della sorgente del campo gravitazionale

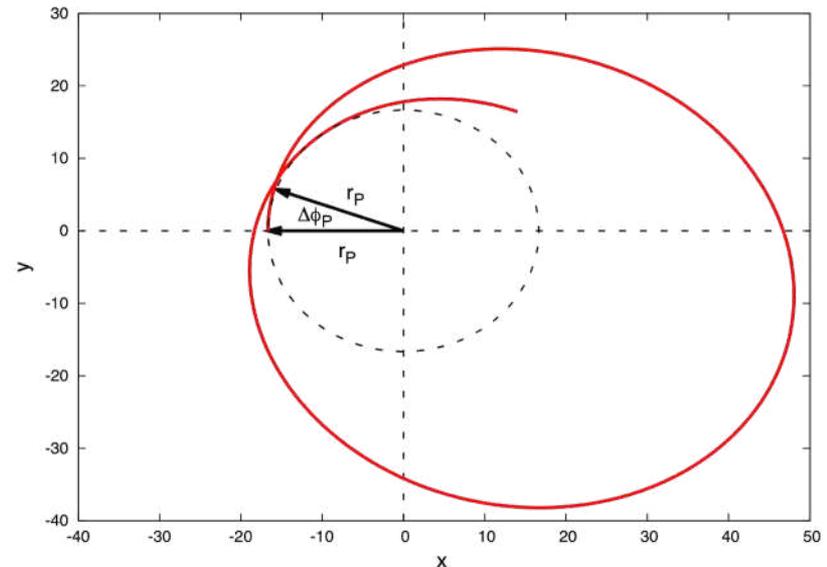
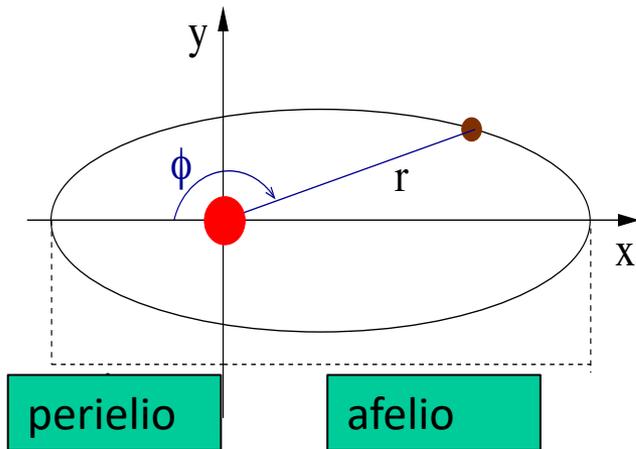
$G_{\mu\nu}$

e' il tensore di Einstein e contiene le derivate rispetto al tempo e rispetto alle coordinate spaziali del tensore metrico  $g_{\mu\nu}$  che contiene le informazioni sul campo gravitazionale

Nonostante le equazioni di Einstein siano molto complicate, Einstein stesso le risolse in alcuni casi particolari portando alla luce alcune importanti conseguenze.

Gli astronomi dell'800 avevano scoperto che il moto di Mercurio attorno al Sole non descrive un'orbita ellittica chiusa, come predirebbe la teoria di Newton;

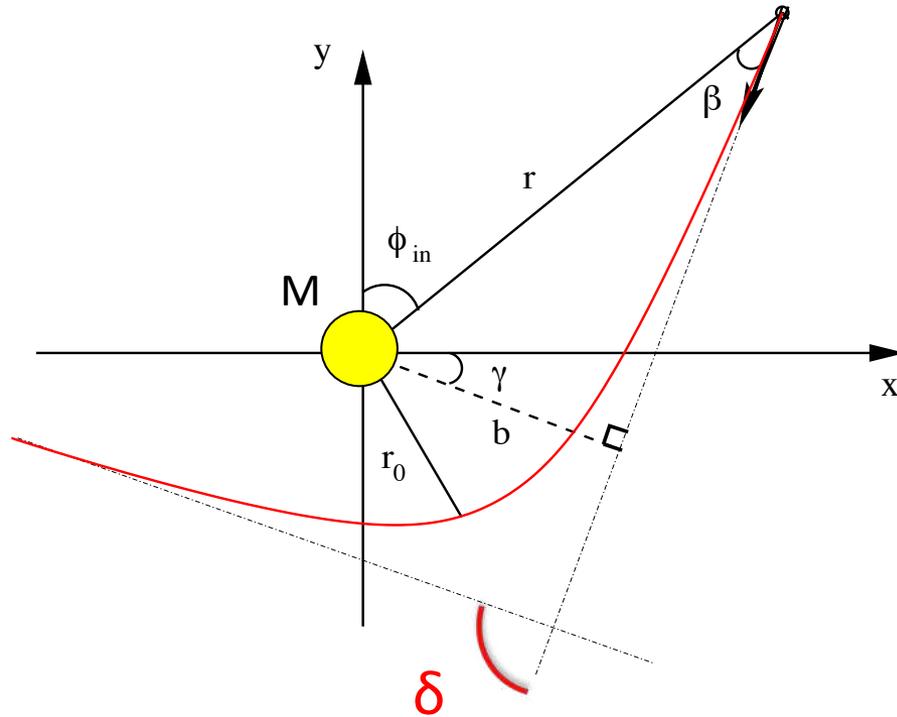
il perielio si sposta di  $(42.98 \pm 0.04)$  secondi di arco ogni 100 anni



l'orbita e' aperta e che il pianeta ritorna al perielio dopo aver fatto un giro di  $2\pi + \Delta\phi$

42.98 secondi d'arco ogni 100 anni e' proprio il valore che trova Einstein risolvendo le sue equazioni!

# Einstein dimostra anche che la luce viene deflessa dai corpi massivi



Risolvendo le sue equazioni Einstein dimostrò che un raggio luminoso che passa nelle vicinanze di un corpo di massa  $M$  subisce una deviazione pari a

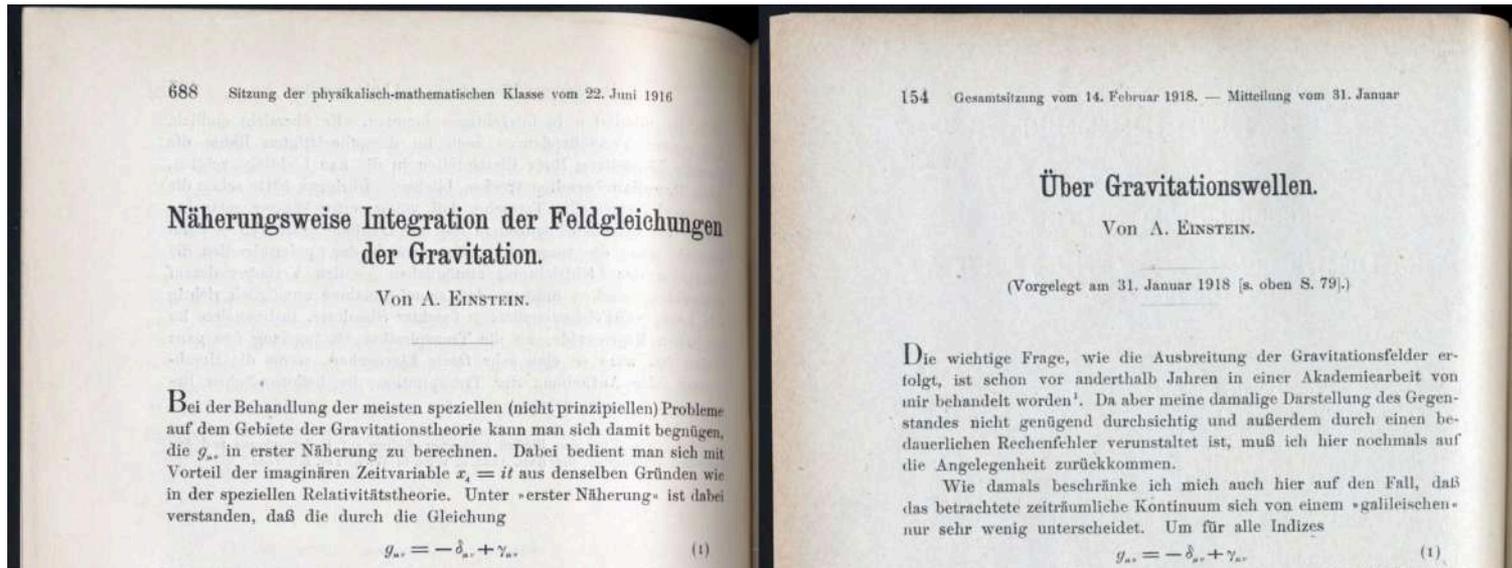
$$\delta = \frac{4GM}{c^2 b}$$

Nel caso di un raggio che passi nelle vicinanze del Sole

$$\delta = 1.75 \text{ secondi d'arco}$$

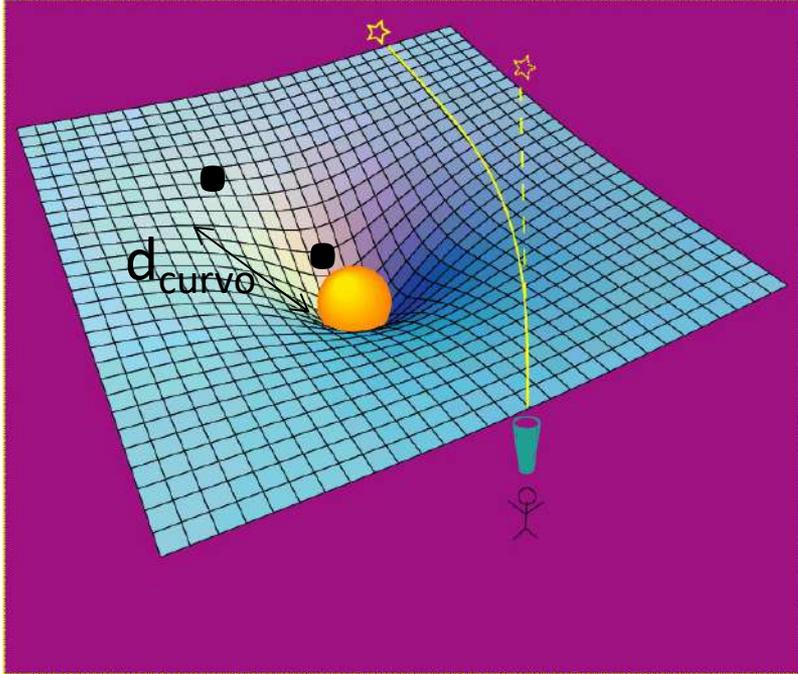
misurata nel 1919 da un gruppo di astronomi guidati da Sir Artur Eddington

# La teoria della RELATIVITA' GENERALE formulata da Einstein e' ricca di altre interessanti predizioni



Nel 1916 Einstein predisse l'esistenza delle **onde gravitazionali**

## Cosa sono le onde gravitazionali?



le onde gravitazionali sono increspature nella curvatura dello spaziotempo prodotte dal moto dei corpi massivi.

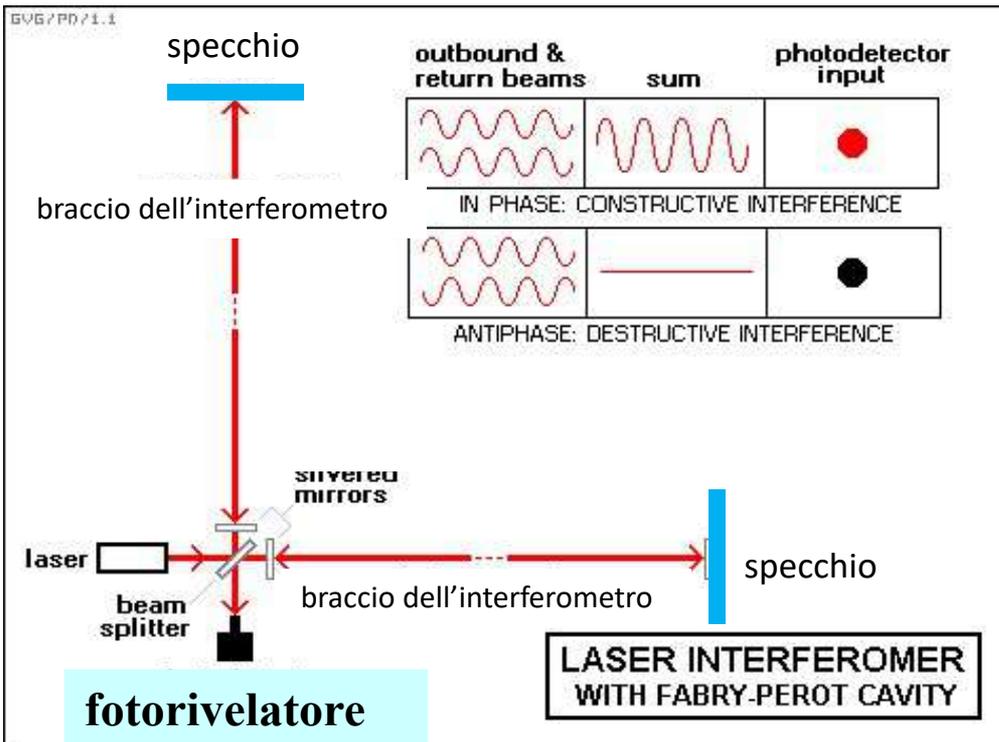
Si propagano nello spazio vuoto alla velocità della luce

effetto prodotto dal passaggio di un'onda:  
la distanza tra due punti cambia nel tempo

Lo spaziotempo è molto rigido, quindi la distorsione dovuta al moto dei corpi, anche se molto grandi come stelle e buchi neri, è molto, molto piccola.

Per questo motivo è stato così difficile rivelarle direttamente: la ricerca delle onde gravitazionali è cominciata più di 50 anni fa!

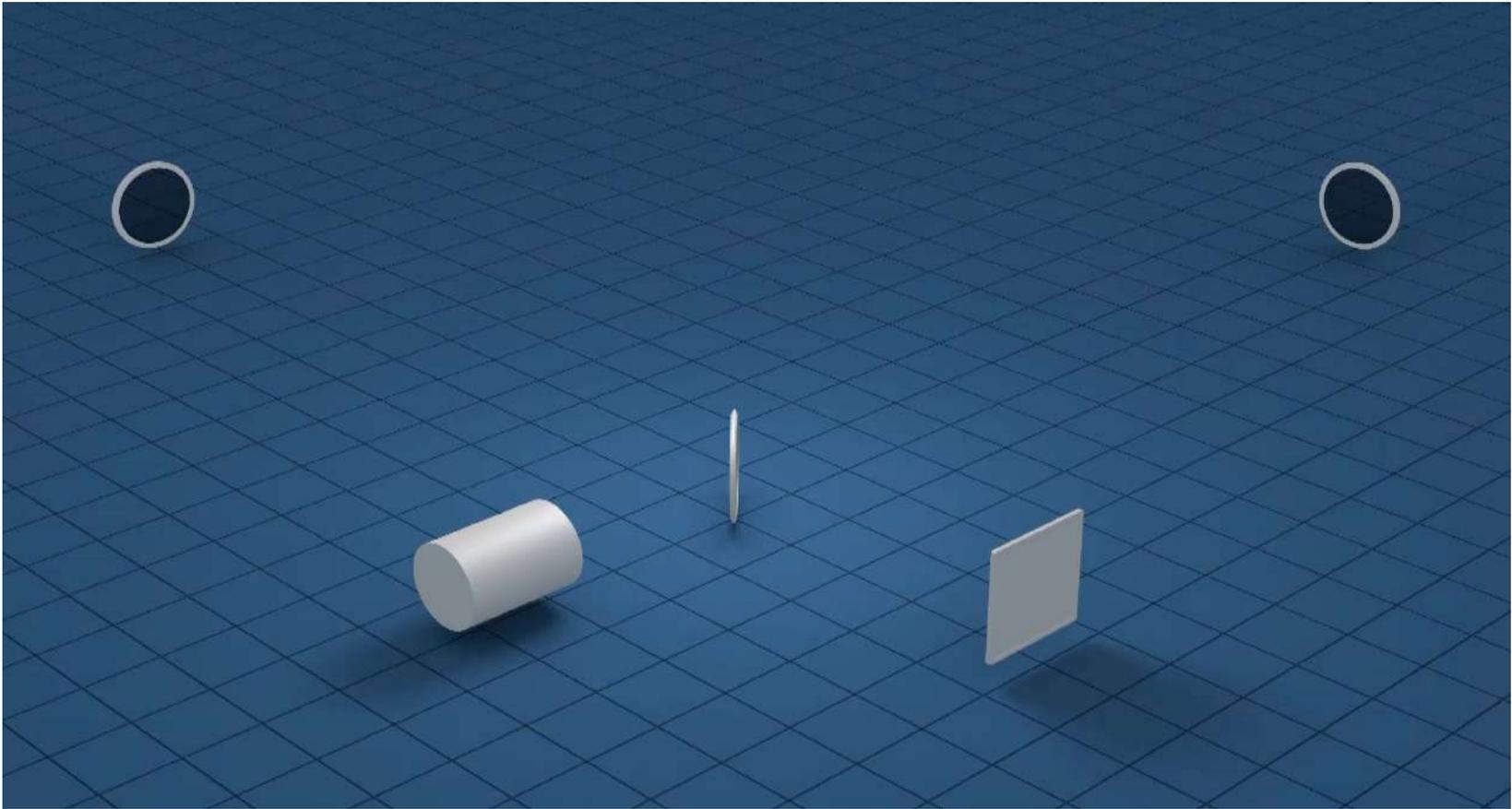
# Antenne gravitazionali: i rivelatori Interferometrici



Un'onda gravitazionale fa variare la distanza tra gli specchi: quindi i raggi laser percorrono un cammino di lunghezza diversa rispetto a quando l'onda non c'è, i segnali luminosi che arrivano al fotorivelatore si "sfasano" e varia la luminosità della "macchia" sul fotorivelatore

Misurando come variano le frange di interferenza, cioè le zone luminose e quelle scure, si può dire se la distanza tra gli specchi è variata, e quindi se è passata un'onda gravitazionale

# Come si rivelano le onde gravitazionali: interferometri



Di quanto varia la lunghezza dei bracci dell'interferometro quando passa l'onda?  
Dipende da quanto e' intensa l'onda!

$$\Delta L \sim L h$$

$L =$  lunghezza bracci interferometro = 4km

$h =$  ampiezza dell'onda  $\sim 10^{-21}$ ,

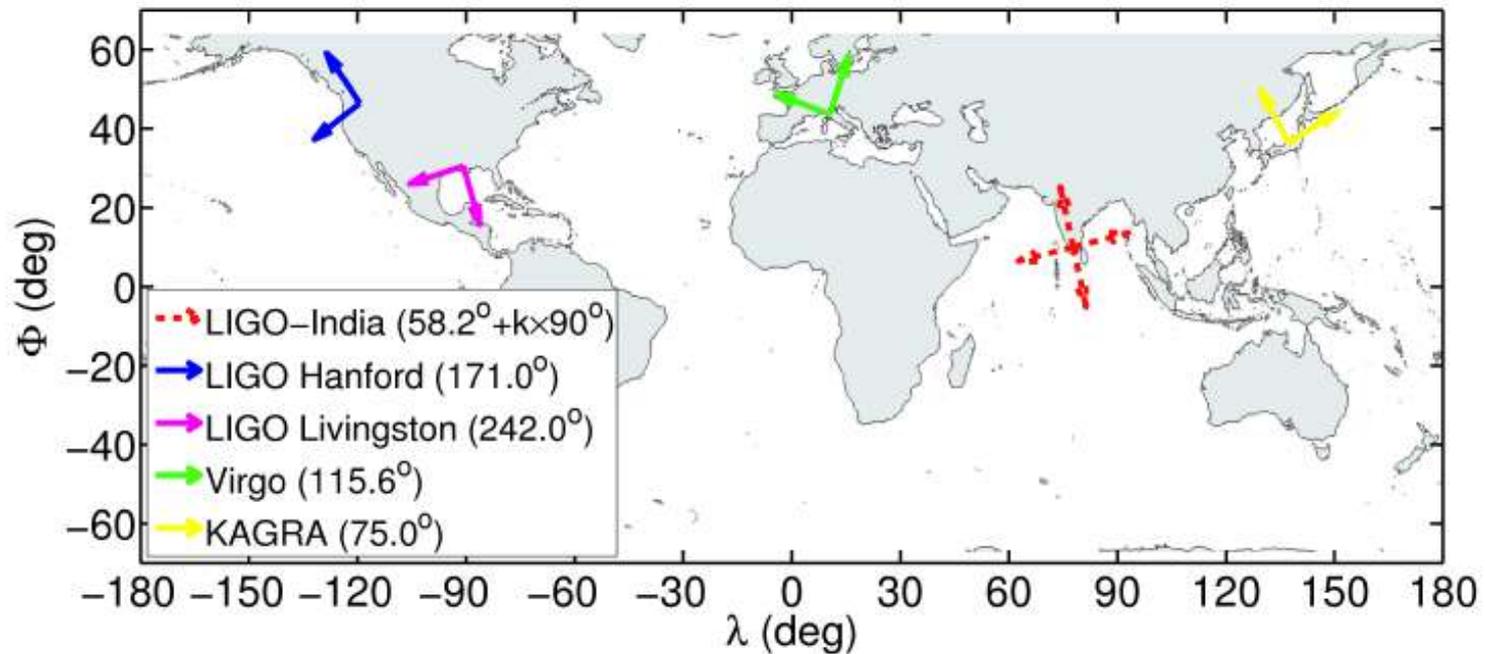
$\Delta L \sim 4 \times 10^{-16}$  cm **minore del raggio del protone! ( $1.5 \times 10^{-16}$  cm)**

# Esperimento italo-francese Virgo

Cascina, Pisa



# Rete di interferometri



Nel futuro ci saranno altri rivelatori piu' potenti di quelli esistenti

## Che cosa hanno visto i rivelatori americani dell'esperimento LIGO il 14 settembre 2015?

Due buchi neri con massa pari a 29 e 36 volte la massa del Sole, che dopo aver spiraleggiato uno attorno all'altro si sono fusi e hanno formato un buco nero di massa pari a 62 volte la massa del Sole.

questo processo si chiama **coalescenza**



29+36 = 65      dove sono finite  
le 3 masse solari mancanti?  
si sono trasformate in energia gravitazionale  
che e' stata irraggiata nel cosmo ed e' arrivata  
fino a noi.

l'energia irraggiata in un secondo e' stata pari a  
 $\Delta\mathcal{E}/\Delta t \sim 10^{52}$  WATT

per confronto, per il Sole  $\Delta\mathcal{E}/\Delta t \sim 10^{26}$  WATT

La coalescenza è avvenuta a una  
distanza di 1,4 miliardi di anni luce

un anno luce  $\sim 9,5 \cdot 10^{12}$  km

$v_{\text{luce}} = 300.000$  km/s

per confronto, la nostra galassia ha  
diametro pari a 100.000 anni luce

l'evento e' avvenuto

$t = d/v_{\text{luce}} = 1,4$  miliardi di anni fa



La relatività generale prevede che il sistema perda energia perché emette onde gravitazionali.

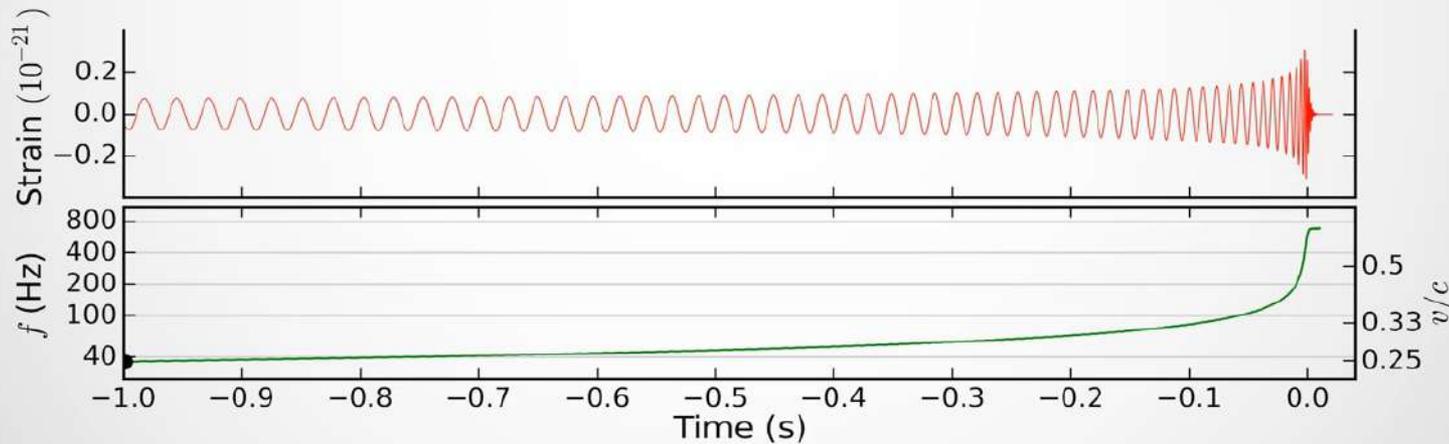
Dato che l'energia si conserva, questa perdita deve essere compensata da una variazione dell'energia orbitale: il raggio dell'orbita deve diminuire nel tempo e così pure il periodo orbitale

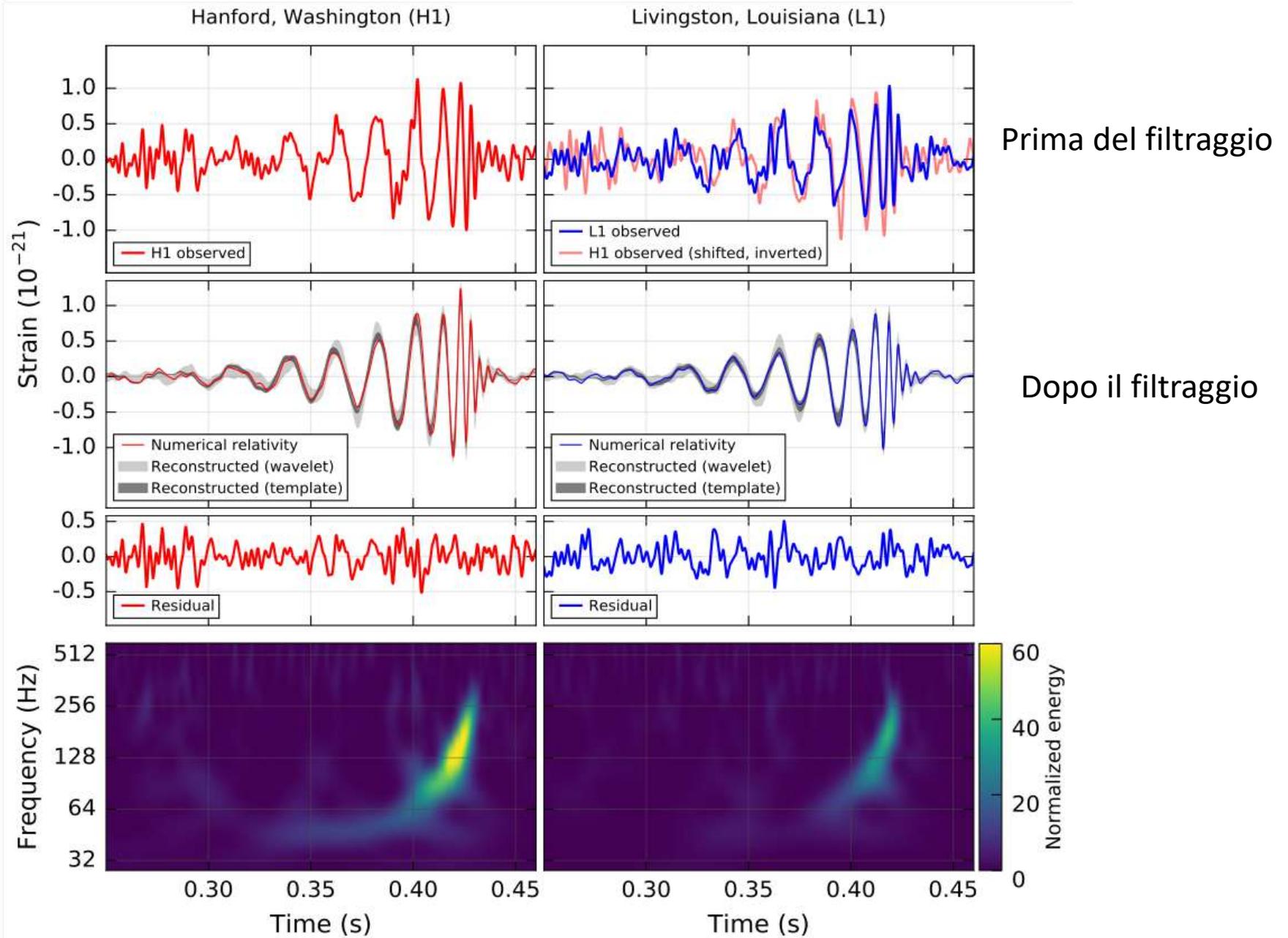
# Come e' fatto il segnale emesso nella coalescenza di due buchi neri?

Man mano che l'orbita si stringe il periodo orbitale  $T$  **diminuisce**

la frequenza dell'onda  $\nu = 2/T$   
**aumenta**

l'ampiezza dell'onda  
**aumenta**





il segnale era così forte che si vedeva quasi a occhio nudo nei dati

**Dal 2015 a oggi sono stati rivelati 71 eventi di coalescenza di buchi neri e due di coalescenza di stelle di neutroni**

In conclusione, gli sforzi di centinaia di scienziati durati decenni sono stati coronati dal successo: abbiamo rivelato le onde gravitazionali emesse quando due buchi neri coalescono e formano un unico buco nero, come prevede **dalla teoria di Einstein**

Ma cosa sono i buchi neri? (altra predizione della teoria di Einstein)

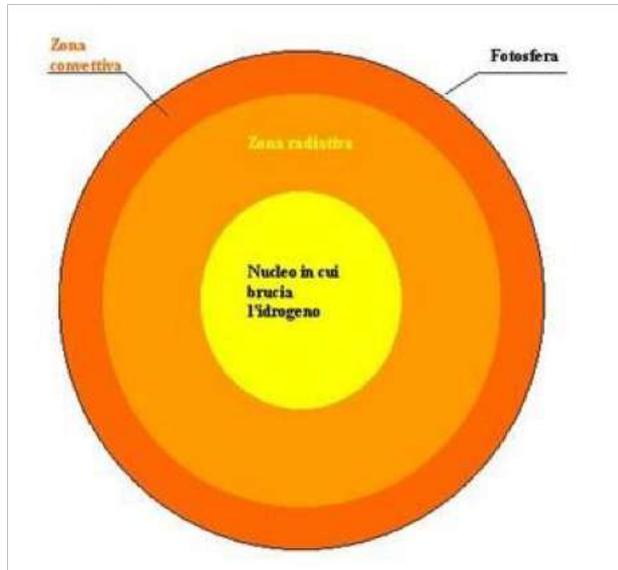
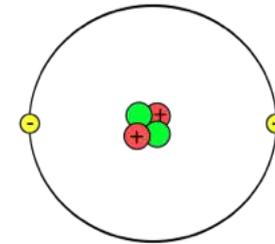
Le stelle che vediamo brillare nel cielo sono stabili perchè la forza di attrazione gravitazionale, che tende a farle contrarre, è bilanciata dalla forza verso l'esterno esercitata dalla pressione del gas caldissimo a causa dei processi di fusione nucleare che avvengono al suo interno.

Ad esempio nel nostro Sole, nella parte centrale si raggiungono temperature di **15 milioni di gradi** e pressioni intorno a **500 miliardi di atmosfere**.  
In queste condizioni i nuclei di idrogeno si fondono e trasformano

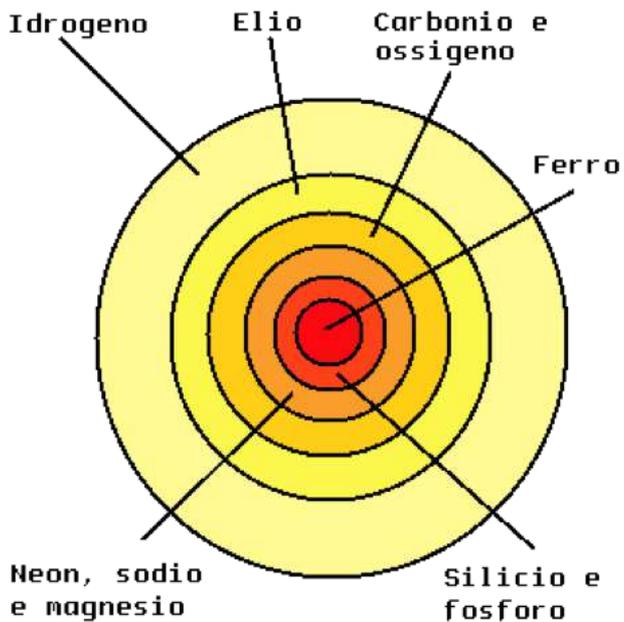
**idrogeno**  
(1 protone e  
1 elettrone)



**in elio**  
(2 protoni, 2 neutroni e  
2 elettroni)



Come si formano gli elementi più pesanti dell'elio?



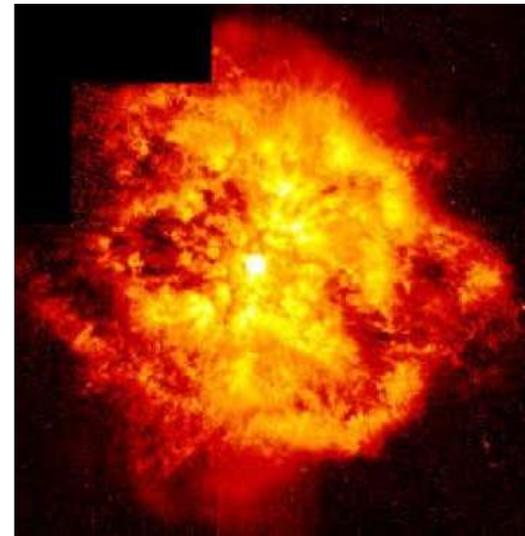
Se la massa della stella è sufficientemente grande le pressioni e le temperature al suo interno permettono di formare, tramite i processi di fusione nucleare, elementi via via più pesanti, fino al FERRO, il cui nucleo contiene 26 protoni e 26 neutroni.

Il ferro è l'elemento più stabile in natura e non si possono produrre elementi più pesanti tramite reazioni di fusione nucleare che rilascino energia (esotermiche).

Quando tutto il materiale nella parte interna della stella si è trasformato in ferro viene a mancare la forza che bilanciava la forza di gravità e la stella comincia a contrarsi, con due esiti possibili:

se la massa della stella è compresa tra circa **8 e 20-30 masse solari**, questa esplose (**supernova**) e si forma una **stella di neutroni**.

in questa fase si formano gli elementi più pesanti del ferro

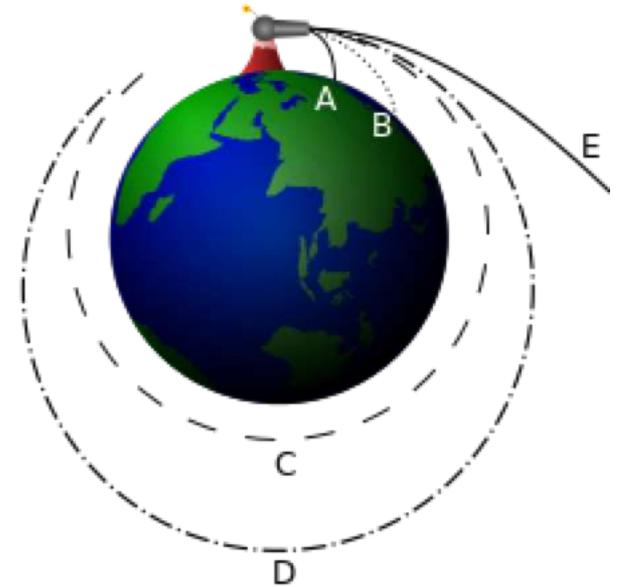


Se la massa della stella è maggiore di circa 20-30 masse solari, la stella continua a contrarsi.

### Apriamo una parentesi:

Sto sulla Terra e lancio un proiettile con una certa velocità:

esso cadrà al suolo a una certa distanza.  
Se gli imprimo una velocità iniziale maggiore il proiettile arriverà più lontano, ma cadrà sempre sulla Terra.

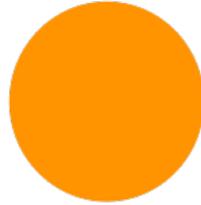
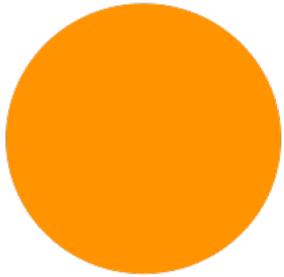


Se voglio che il proiettile (o un razzo) sfugga all'attrazione gravitazionale della Terra, devo imprimergli una velocità iniziale pari a

$$V_{fuga} = \sqrt{2G} \sqrt{\frac{\text{Massa della Terra}}{\text{Raggio della Terra}}} = 11,2 \text{ km/secondo (40.320km/ora)}$$

G=costante di gravitazione universale

# Torniamo alla nostra stella che si sta contraendo



è nato un buco nero!

La velocità per sfuggire all'attrazione gravitazionale della stella è

$$V_{fuga} = \sqrt{2G} \sqrt{\frac{\text{Massa della Stella}}{\text{Raggio della Stella}}}$$

Man mano che la stella si contrae il raggio diminuisce ma la massa rimane la stessa quindi la velocità di fuga aumenta sempre di più e a un certo punto diventa uguale alla velocità della luce

**La stella continua a contrarsi, ma noi non possiamo vederla più perché nessun segnale può viaggiare a velocità superiore a quella della luce.**

La materia dunque scompare al di sotto di questa superficie che si chiama **orizzonte degli eventi**

**Cosa avviene dentro l'orizzonte degli eventi? Non lo sapremo mai!**

# Secondo la teoria di Einstein un buco nero è una singolarità di curvatura, nascosto da un orizzonte degli eventi

**singolarità di curvatura** = campo gravitazionale infinitamente intenso

**orizzonte degli eventi** = superficie che può essere attraversata solo dall'esterno all'interno senza violare la causalità: **dall'orizzonte non esce niente.**



raggio dell'orizzonte

$$R_H = \frac{2GM}{c^2}$$

se  $M=1 M_{\odot}$   $R_H \simeq 1,5 \text{ km}$

$M_{\odot}$  = massa del Sole

per avere un confronto:  
il Sole ha un raggio di 700 000 km

G=costante di gravitazione  
universale =  $6,7 \times 10^{-8} \text{ cm}^3 / \text{g s}^2$

c= velocità della luce= 300.000 km/s

I buchi neri sono caratterizzati da due sole grandezze: la massa e la velocità di rotazione

Ma se la stella scompare dalla nostra vista all'interno dell'orizzonte, come facciamo a "vedere" un buco nero?



**I buchi neri non sono mai soli**

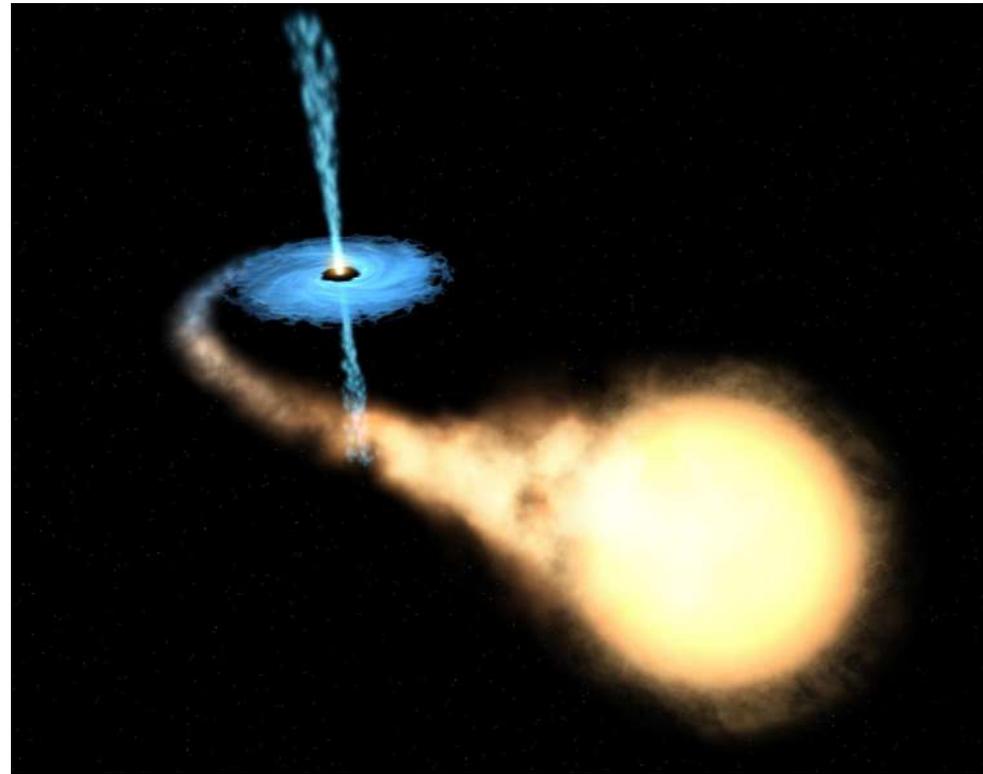
I Buchi neri **stellari** si trovano in sistemi binari in cui c'è una stella compagna che orbita attorno al buco nero, il quale risucchia materia da essa

Sono detti “stellari” perché si sono formati direttamente dal collasso gravitazionale di una stella.

Il gas che fluisce dalla stella compagna al buco nero forma un disco, detto **disco di accrescimento**. Il gas cade spiraleggiando e si riscalda per effetto della viscosità del disco. Le temperature arrivano a milioni di gradi e quindi vengono emessi raggi X rivelabili con appositi satelliti.

si ritiene che nella nostra galassia ci siano  $10^8$ - $10^9$  buchi neri stellari, con masse dell'ordine di 5-10 masse solari

$$5M_{\odot} \lesssim M \lesssim 10M_{\odot}$$



# BUCHI NERI SUPERMASSIVI

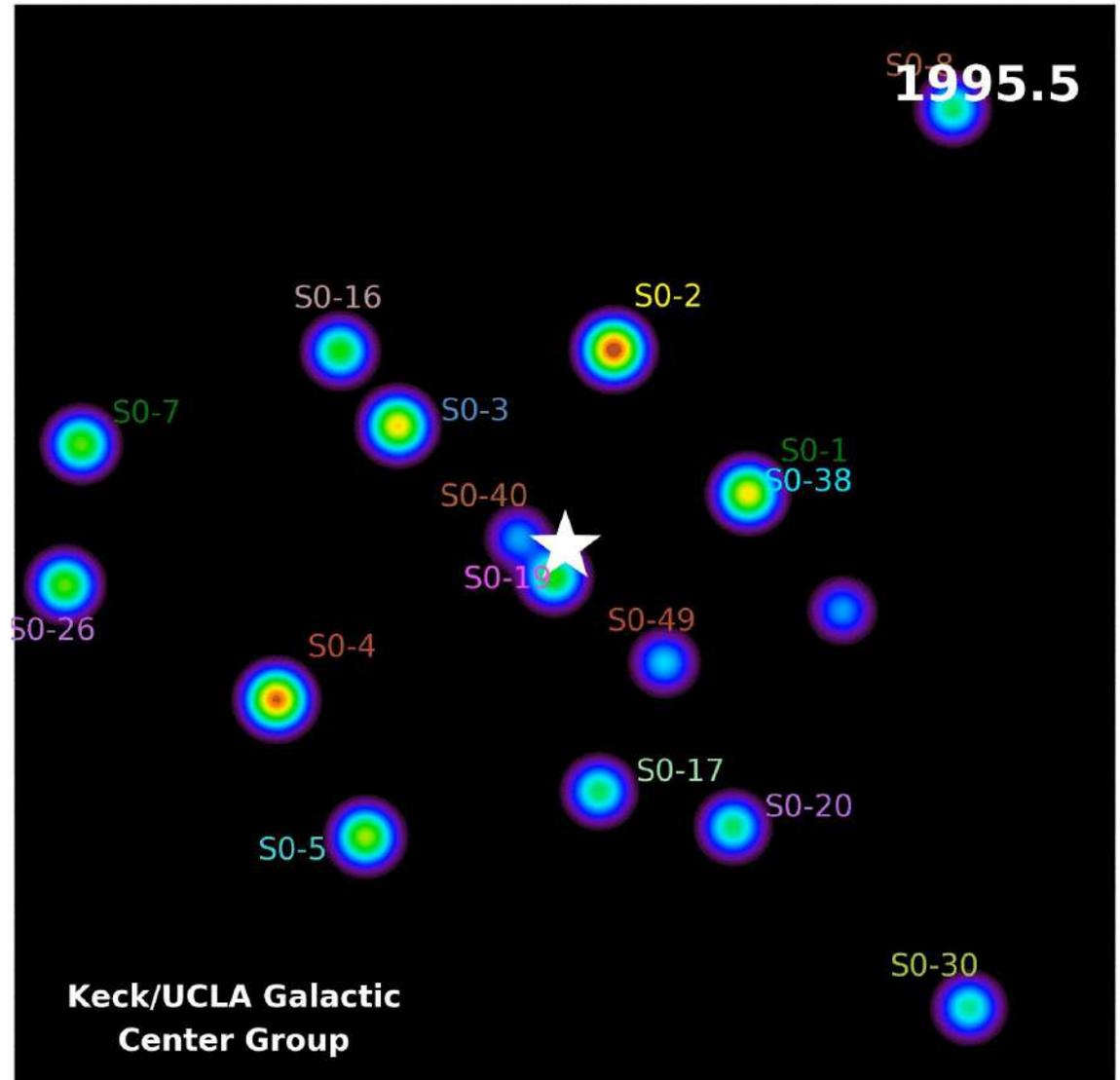
$$10^6 M_{\odot} \lesssim M \lesssim 10^{11} M_{\odot}$$

Si trovano al centro della maggior parte delle galassie

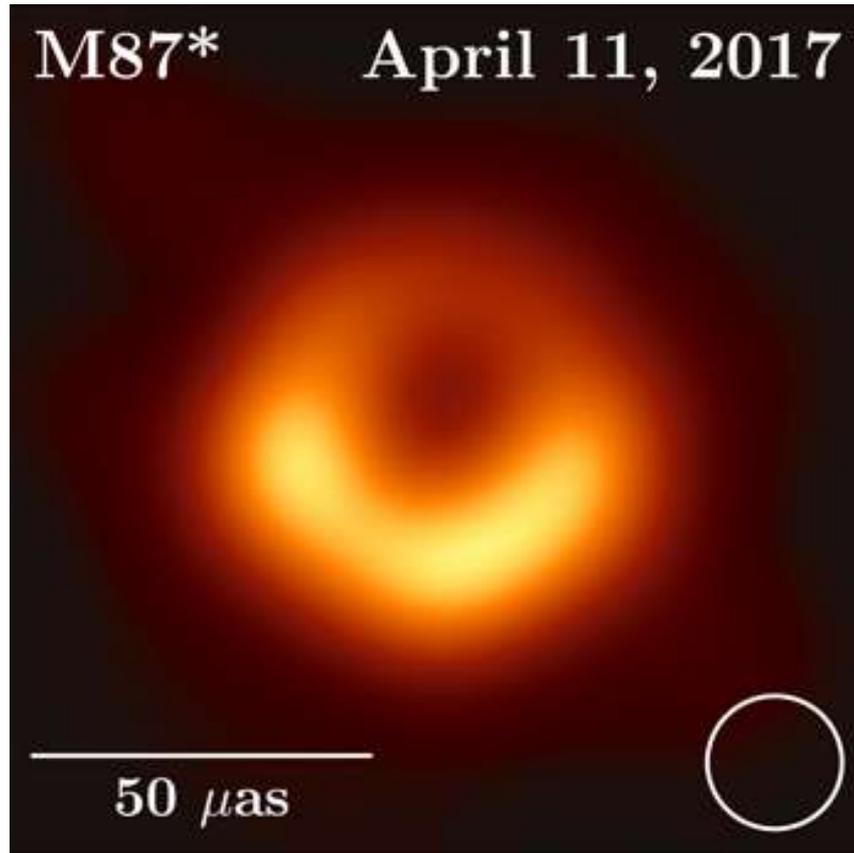
Per esempio, al centro della nostra Galassia c'è un buco nero supermassivo **Sgr A\*** (Sagittario A)

lo studio delle orbite delle stelle più brillanti mostra che queste sono possibili solo se al centro c'è una sorgente estremamente compatta di massa

$$M = 4.4 \cdot 10^6 M_{\odot}$$



L'ombra del buco nero supermassivo  $M \sim 6,5 \cdot 10^9 M_{\odot}$   
presente nella galassia M87 e' stata recentemente osservata  
dall'Event Horizon Telescope



## E poi ci sono le onde gravitazionali

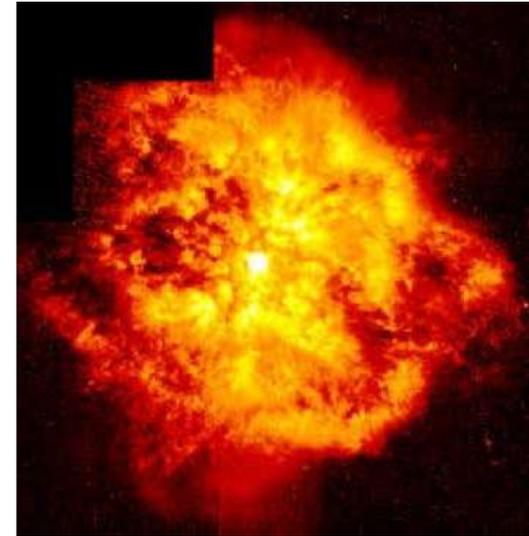


fino ad oggi sono stati rivelati 71 eventi di coalescenza di buchi neri e molti altri saranno rivelati in futuro con rivelatori piu' sensibili

Con le onde gravitazionali abbiamo scoperto una nuova classe di buchi neri con masse dell'ordine di qualche decina di masse solari quindi piu' grandi dei buchi neri stellari

# Con le onde gravitazionali abbiamo anche osservato la coalescenza di due stelle di neutroni

Le stelle di neutroni sono estremamente compatte; si formano a seguito dell'esplosione di una supernova. Hanno campi magnetici molto intensi e ruotano molto velocemente



## Proprietà di una stella di neutroni

$M = 1-3 M_{\odot}$

$R \sim 10-15 \text{ km}$

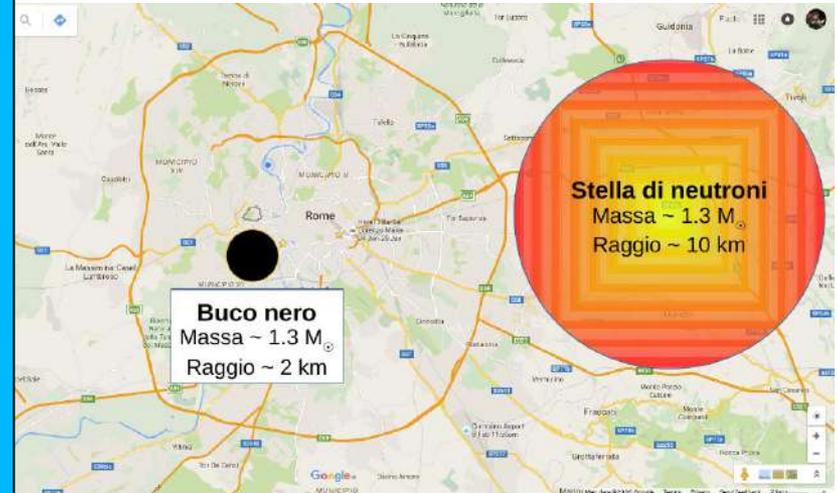
densità media  $\sim 10^{14} \text{ g/cm}^3$

## Il Sole

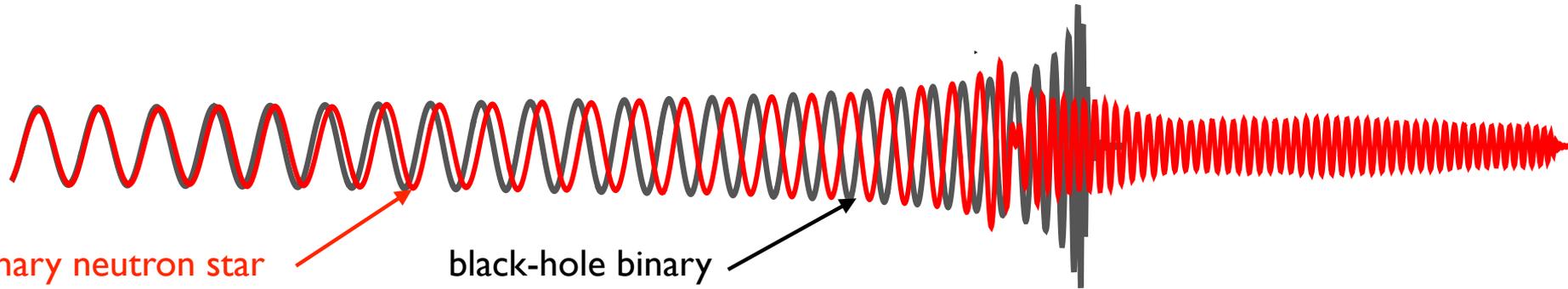
$M = M_{\odot}$   $R = R_{\odot} = 700.000 \text{ km}$

densità media  $\sim 1,4 \text{ g/cm}^3$

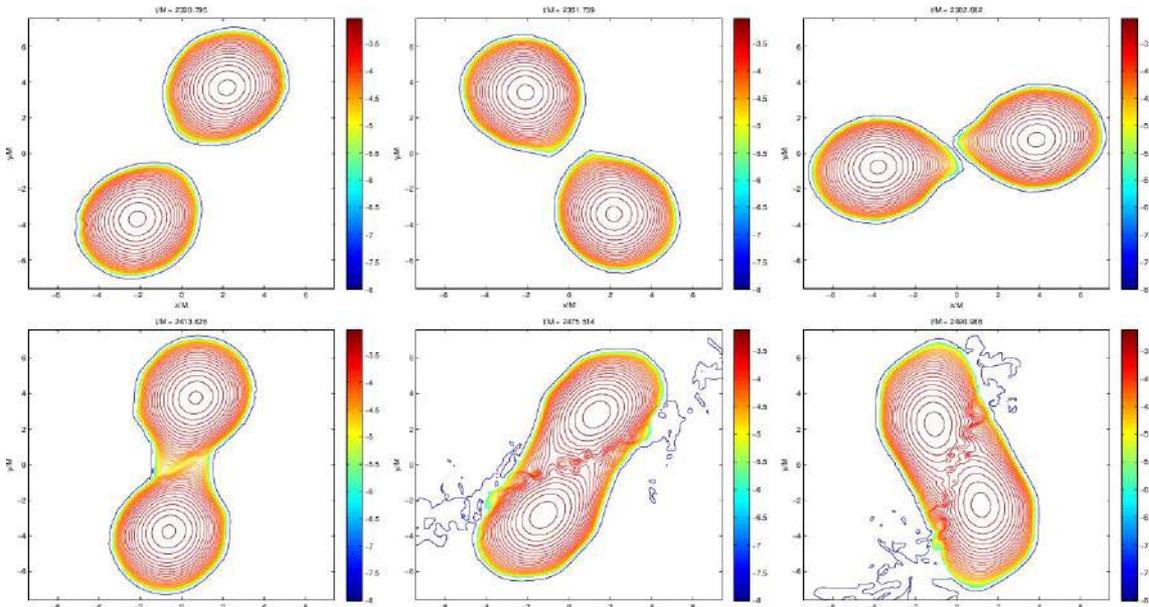
densità media della Terra  $\sim 5,5 \text{ g/cm}^3$



il 14 agosto del 2017 LIGO e Virgo hanno rivelato le onde emesse dalla coalescenza di due stelle di neutroni

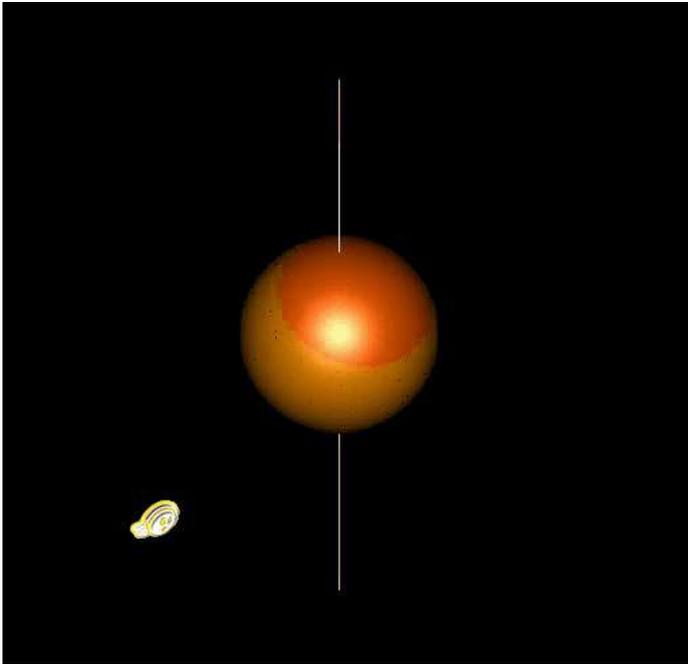


Perche' il segnale emesso da due buchi neri e' diverso da quello emesso da due stelle di neutroni?



**perche' quando sono vicine le due stelle si deformano**

## Altre sorgenti di onde gravitazionali che ancora non abbiamo “visto” ma che sappiamo esistere



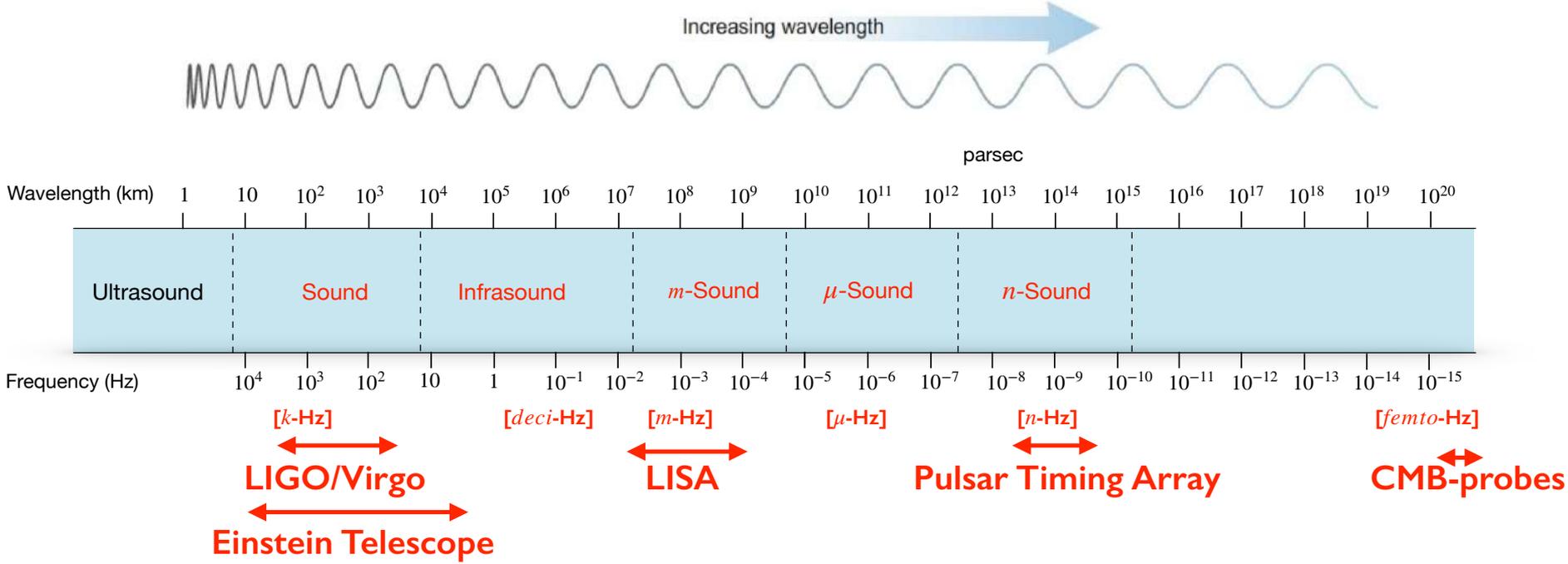
**stelle di neutroni rotanti:  
emettono onde se non sono  
perfettamente sferiche**



**stelle di neutroni che oscillano a seguito  
di uno “stellamoto”**

**rivelando queste onde capiremo come e' composta la materia nella parte piu' interna  
di queste stelle dove si raggiungono densita' elevatissime  $> 10^{15}$  g/cm<sup>3</sup>**

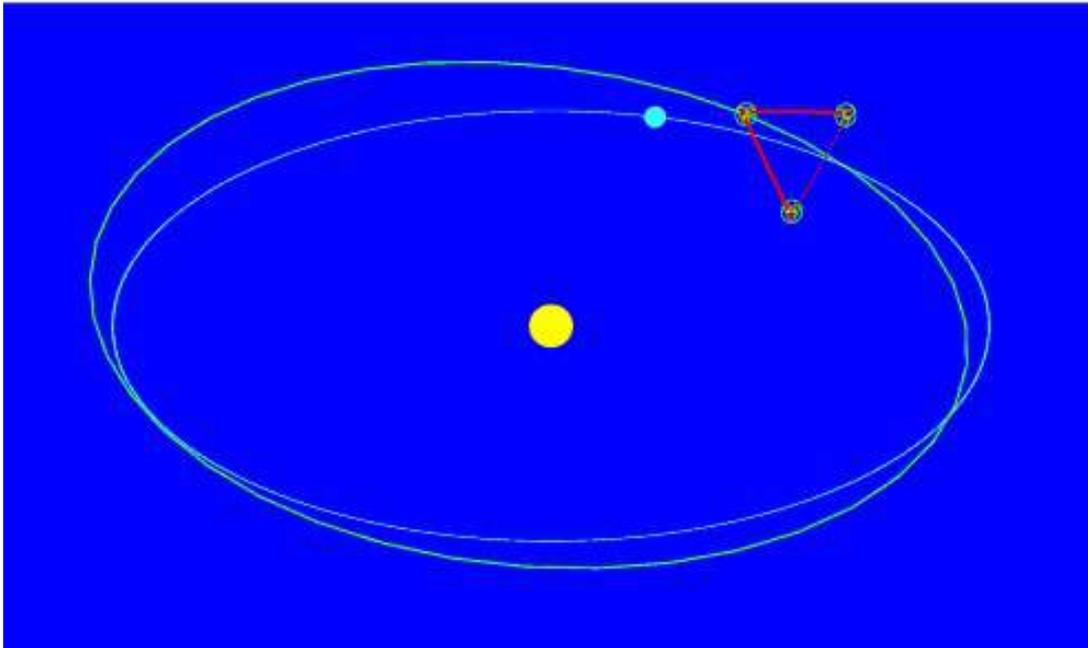
Le onde gravitazionali hanno frequenze che, a seconda della sorgente, variano in un intervallo grandissimo.



credit A. Buonanno

NEL FUTURO: per esplorare le basse frequenze bisogna andare nello spazio

**LISA**: 3 navicelle spaziali in orbita attorno al Sole. Formano un triangolo equilatero inclinato di  $60^\circ$  rispetto all'orbita della Terra di lato  $L=10^6$  km; rivelerà onde di frequenza  $10^{-4} \text{ Hz} < \nu < 1 \text{ Hz}$



nello spazio c'è meno rumore!

### LISA volerà nel 2034

LISA permetterà di rivelare le onde gravitazionali emesse, per esempio, quando i buchi neri supermassivi coalescono, o quando delle stelle vengono catturate dal buco nero al centro della nostra galassia ... e molto altro

La rivelazione delle onde gravitazionali ha permesso non solo di verificare la validità della teoria della relatività generale di Einstein, ma anche di aprire una nuova finestra di osservazione sull'universo.

Abbiamo visto buchi neri e stelle di neutroni coalescere e in futuro scopriremo sorgenti oggi sconosciute, che sfuggono all'osservazione perché troppo deboli elettromagneticamente,

Le onde gravitazionali “illumineranno” regioni dell'universo inaccessibili a ogni altro tipo di osservazione

E in atto una rivoluzione scientifica e voi ne sarete spettatori e, mi auguro, anche attori principali