CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA DELLE TELECOMUNICAZIONI
(prova scritta di ANALISI MATEMATICA - 1° modulo - 30 gennaio 2001)
Compito A

COGNOME .... **NOME** .... **matricola** ....

Firma ....

GIUSTIFICARE TUTTI I PASSAGGI

A.1)

Determinare i valori di $\alpha \in \mathbb{R}$ per i quali la funzione

$$f(x) = \begin{cases} x^{\alpha} \ \log(1+x^2) & \text{se} \quad x > 0 \\ 0 & \text{se} \quad x = 0 \end{cases}$$

risulta continua in $x = 0$.

A.2)

Facendo uso dei teoremi fondamentali del calcolo integrale, determinare l'insieme di definizione, gli intervalli di monotonia, concavità e convessità della funzione

$$F(x) = \begin{cases} \frac{9}{4} - x^2 & \text{se} \quad x < -\frac{3}{2} \\ \int_{-\frac{3}{2}}^{x} \log(2+t)\ dt & \text{se} \quad x \geq -\frac{3}{2} \end{cases} .$$

Successivamente, calcolare l'integrale definito e studiare il comportamento asintotico e gli eventuali punti singolari della funzione e della sua derivata.

A.3)

Applicando i criteri di integrabilità, stabilire se gli integrali

$$\textbf{a)} \quad \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sqrt{x}}{\sin^2 x}\ dx \qquad ; \qquad \textbf{b)} \quad \int_{2^{-\frac{1}{4}}}^{+\infty} \frac{x^3}{1+4x^8}\ dx$$

sono convergenti.

In caso di convergenza, calcolare l'integrale.

CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA DELLE TELECOMUNICAZIONI
(prova scritta di ANALISI MATEMATICA - 1° modulo - 30 gennaio 2001)
Compito B

COGNOME .... **NOME** .... **matricola** ....

Firma ....

GIUSTIFICARE TUTTI I PASSAGGI

B.1)

Determinare i valori di $\alpha \in I\!R$ per i quali la funzione

$$f(x) = \begin{cases} x^\alpha \, (e^{x^3} - 1) & \text{se} \quad x > 0 \\ 0 & \text{se} \quad x = 0 \end{cases}$$

risulta continua in $x = 0$.

B.2)

Facendo uso dei teoremi fondamentali del calcolo integrale, determinare l'insieme di definizione, gli intervalli di monotonia, concavità e convessità della funzione

$$F(x) = \begin{cases} \displaystyle\int_{\frac{5}{2}}^{x} \log(3-t)\, dt & \text{se} \quad x \leq \frac{5}{2} \\ x^2 - \frac{25}{4} & \text{se} \quad x > \frac{5}{2} \end{cases} .$$

Successivamente, calcolare l'integrale definito e studiare il comportamento asintotico e gli eventuali punti singolari della funzione e della sua derivata.

B.3)

Applicando i criteri di integrabilità, stabilire se gli integrali

$$\textbf{a)} \quad \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1}{\sqrt{\tan x}\, \cos^2 x}\, dx \qquad ; \qquad \textbf{b)} \quad \int_2^{+\infty} \frac{x}{1 + x\sqrt{x}}\, dx$$

sono convergenti.

In caso di convergenza, calcolare l'integrale.

CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA DELLE TELECOMUNICAZIONI
(prova scritta di ANALISI MATEMATICA - 2° modulo - 19 aprile 2001)
Compito A

COGNOME .... **NOME** .... **matricola** ....

Firma ....

GIUSTIFICARE TUTTI I PASSAGGI

A.1) Data la serie

$$\sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{4^{kx}}{3k^{1/2}+1} \quad ,$$

determinare, al variare di $x \in I\!R$,
a) dove converge assolutamente;
b) dove converge semplicemente ma non assolutamente;
c) dove non converge.

A.2) Data la funzione

$$f(x,y) \;=\; \left(\frac{\log x - y}{y+1}\right)^{\pi} \quad ,$$

a) determinare l'insieme di definizione E, specificandone la natura topologica e fornendone la rappresentazione grafica nel piano cartesiano;
b) calcolare $f_x(x,y)$.

A.3) Individuare il valore del parametro $\lambda \in I\!R$ per il quale la funzione

$$f(x,y) \;=\; x^2 + \lambda y^2 - 4x + 2y$$

ha un punto critico in $(2\ ,\ -1)$.
Verificare che tale punto è di minimo locale.

A.4) Data l'equazione differenziale

$$y'' - 5y' - 6y = 16e^{-2x} \quad ,$$

determinare l'integrale generale e le (eventuali) soluzioni che verificano le condizioni

$$y(0) = 0 \quad ;$$

$$\lim_{x\to+\infty} y(x) = 0 \quad .$$

CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA DELLE TELECOMUNICAZIONI
(prova scritta di ANALISI MATEMATICA - 2° modulo - 19 aprile 2001)
Compito B

COGNOME .... **NOME** .... **matricola** ....

Firma ....

GIUSTIFICARE TUTTI I PASSAGGI

B.1) Data la serie

$$\sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{3^{kx}}{2k^{1/3}+1} \quad ,$$

determinare, al variare di $x \in I\!R$,
a) dove converge assolutamente;
b) dove converge semplicemente ma non assolutamente;
c) dove non converge.

B.2) Data la funzione

$$f(x,y) \ = \ \left(\frac{x-1}{y+\log x} \right)^e \quad ,$$

a) determinare l'insieme di definizione E, specificandone la natura topologica e fornendone la rappresentazione grafica nel piano cartesiano;
b) calcolare $f_y(x,y)$.

B.3) Individuare il valore del parametro $\lambda \in I\!R$ per il quale la funzione

$$f(x,y) \ = \ \lambda x^2 - y^2 - 4x + 6y$$

ha un punto critico in $(-1\ ,\ 3)$.
Verificare che tale punto è di massimo locale.

B.4) Data l'equazione differenziale

$$y'' - 3y' - 18y = 11e^{-2x} \quad ,$$

determinare l'integrale generale e le (eventuali) soluzioni che verificano le condizioni

$$y(0) = 0 \quad ;$$

$$\lim_{x \to +\infty} y(x) = 0 \quad .$$

CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA DELLE TELECOMUNICAZIONI
(prima prova scritta di recupero di ANALISI MATEMATICA - 1° modulo - 9 luglio 2001)
Compito A

COGNOME .... **NOME** .... **matricola** ....

Firma ....

GIUSTIFICARE TUTTI I PASSAGGI

A.1)

Facendo uso dei teoremi fondamentali del calcolo integrale, determinare l'insieme di definizione, gli intervalli di monotonia, concavità e convessità della funzione

$$F(x) = 1 - \int_0^x \ t^3 e^{-t^2} \ dt \ .$$

Successivamente,

a) calcolare l'integrale definito;
b) studiare il comportamento asintotico e gli eventuali punti singolari della funzione e della sua derivata;
c) scrivere l'equazione della tangente geometrica alla curva grafico negli <u>*eventuali*</u> punti di flesso;
d) disegnare il grafico della funzione.

A.2)

Applicando i criteri di integrabilità, stabilire per quali valori di $\alpha \in \mathbb{R}_+$ l'integrale

$$\int_0^{+\infty} \ \frac{x-1}{(x^2-2x+2)^\alpha} \ dx$$

risulta convergente.
In caso di convergenza, calcolare l'integrale.

CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA DELLE TELECOMUNICAZIONI
(prima prova scritta di recupero di ANALISI MATEMATICA - 1° modulo - 9 luglio 2001)
Compito B

COGNOME .... **NOME** .... **matricola** ....

Firma ....

GIUSTIFICARE TUTTI I PASSAGGI

B.1)

Facendo uso dei teoremi fondamentali del calcolo integrale, determinare l'insieme di definizione, gli intervalli di monotonia, concavità e convessità della funzione

$$F(x) = \int_0^x \; t^3(1+t^2)^{\frac{1}{2}} \; dt \; - 2 \; .$$

Successivamente,

a) calcolare l'integrale definito;
b) studiare il comportamento asintotico e gli eventuali punti singolari della funzione e della sua derivata;
c) scrivere l'equazione della tangente geometrica alla curva grafico negli *eventuali* punti di flesso;
d) disegnare il grafico della funzione.

B.2)

Applicando i criteri di integrabilità, stabilire per quali valori di $\alpha \in I\!R_+$ l'integrale

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \; \frac{\cos x}{(\sin x)^\alpha} \; dx$$

risulta convergente.

In caso di convergenza, calcolare l'integrale.

CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA DELLE TELECOMUNICAZIONI
(prima prova scritta di recupero di ANALISI MATEMATICA - 2° modulo - 9 luglio 2001)
Compito A

COGNOME .... **NOME** ....

matricola .... **Firma** ....

GIUSTIFICARE TUTTI I PASSAGGI

A.1)

Data la serie
$$\sum_{k=0}^{\infty} (-1)^{k+1} \; \frac{|2\log x|^k}{k^{0,25}+k^{25}+15} \quad ,$$
determinare, al variare di $x \in \mathbb{R}_+$,
a) dove converge assolutamente;
b) dove converge semplicemente ma non assolutamente;
c) dove non converge.

A.2)

Data la funzione
$$f(x,y) \;=\; (3y - 2|\arctan x|)^{\frac{3}{4}} \quad ,$$
a) determinare l'insieme di definizione E, specificandone la natura topologica e fornendone la rappresentazione grafica nel piano cartesiano;
b) calcolare $f_y(x,y)$;
c) determinare il valore del minimo globale di $f(x,y)$.

A.3)

Determinare le (eventuali) soluzioni del problema di Cauchy
$$\begin{cases} y'' + 8y' + 16y = 3x - 2 \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 0 \end{cases} \quad .$$

CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA DELLE TELECOMUNICAZIONI
(prima prova scritta di recupero di ANALISI MATEMATICA - 2° modulo - 9 luglio 2001)
Compito B

COGNOME .... **NOME** ....

matricola .... **Firma** ....

GIUSTIFICARE TUTTI I PASSAGGI

B.1)

Data la serie
$$\sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \ (\log|x|)^k k^{-2} \quad ,$$
determinare, al variare di $x \in I\!R \setminus \{0\}$,
a) dove converge assolutamente;
b) dove converge semplicemente ma non assolutamente;
c) dove non converge.

B.2)

Data la funzione
$$f(x,y) \ = \ (3|\arcsin x| - 2y)^{\frac{7}{2}} \quad ,$$
a) determinare l'insieme di definizione E, specificandone la natura topologica e fornendone la rappresentazione grafica nel piano cartesiano;
b) calcolare $f_y(x,y)$;
c) determinare il valore del minimo globale di $f(x,y)$.

B.3)

Determinare le (eventuali) soluzioni del problema di Cauchy
$$\begin{cases} y'' - 8y' + 17y = 2x + 1 \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 0 \end{cases} \quad .$$

CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA DELLE TELECOMUNICAZIONI
(seconda prova scritta di recupero di ANALISI MATEMATICA - 1° modulo - 24 settembre 2001)
Compito A

COGNOME .... **NOME** .... **matricola** ....

Firma ....

GIUSTIFICARE TUTTI I PASSAGGI

A.1)

Facendo uso dei teoremi fondamentali del calcolo integrale, determinare l'insieme di definizione, gli intervalli di monotonia, concavità e convessità della funzione

$$F(x) = \int_0^x \sqrt{4 - t + |t|}\; dt\ .$$

Successivamente,

a) calcolare l'integrale definito;
b) studiare il comportamento asintotico e gli eventuali punti singolari della funzione e della sua derivata;
c) scrivere l'equazione della tangente geometrica alla curva grafico in corrispondenza a $x_0 = -6$;
d) disegnare il grafico della funzione.

A.2)

Applicando i criteri di integrabilità, stabilire se l'integrale

$$\int_0^{+\infty} \frac{1}{x^2 + 8x + 17}\; dx$$

è convergente.
In caso di convergenza, calcolare l'integrale.

CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA DELLE TELECOMUNICAZIONI
(seconda prova scritta di recupero di ANALISI MATEMATICA - 1° modulo - 24 settembre 2001)
Compito B

COGNOME .... **NOME** .... **matricola** ....

Firma ....

GIUSTIFICARE TUTTI I PASSAGGI

B.1)

Facendo uso dei teoremi fondamentali del calcolo integrale, determinare l'insieme di definizione, gli intervalli di monotonia, concavità e convessità della funzione

$$F(x) = \int_0^x \sqrt{t + |t| + 9}\ dt\ .$$

Successivamente,

a) calcolare l'integrale definito;
b) studiare il comportamento asintotico e gli eventuali punti singolari della funzione e della sua derivata;
c) scrivere l'equazione della tangente geometrica alla curva grafico in corrispondenza a $x_0 = \frac{7}{2}$;
d) disegnare il grafico della funzione.

B.2)

Applicando i criteri di integrabilità, stabilire se l'integrale

$$\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x}(1+\sqrt{x})^3}\ dx$$

sia convergente.

In caso di convergenza, calcolare l'integrale.

CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA DELLE TELECOMUNICAZIONI
(seconda prova scritta di recupero di ANALISI MATEMATICA - 2° modulo - 24 settembre 2001)
Compito A

COGNOME .... **NOME** ....

matricola .... **Firma** ....

GIUSTIFICARE TUTTI I PASSAGGI

A.1)

Data la funzione

$$f(x,y) \;=\; (x-y^2)^{\sqrt{3}} + (3-x^2)^{\frac{1}{\sqrt{3}}} \quad ,$$

a) determinare l'insieme di definizione E, specificandone la natura topologica e fornendone la rappresentazione grafica nel piano cartesiano;
b) calcolare $f_y(x,y)$;
Fac.: calcolare $f_x(x,y)$;
c) dire se $f(x,y)$ è dotata di massimo e/o minimo globali. In caso affermativo, determinare il minimo globale e i punti del piano in cui è assunto.

A.2)

Risolvere il seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' + \dfrac{2x}{4+x^2}\; y = \sqrt[5]{x} \\ y(0) = 1 \end{cases} \qquad .$$

CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA DELLE TELECOMUNICAZIONI
(seconda prova scritta di recupero di ANALISI MATEMATICA - 2° modulo - 24 settembre 2001)
Compito B

COGNOME .... **NOME** ....

matricola .... **Firma** ....

GIUSTIFICARE TUTTI I PASSAGGI

B.1)

Data la funzione

$$f(x,y) \;=\; (4-y^2)^{\frac{1}{\sqrt{2}}} + (y-x^2)^{\sqrt{2}} \quad ,$$

a) determinare l'insieme di definizione E, specificandone la natura topologica e fornendone la rappresentazione grafica nel piano cartesiano;
b) calcolare $f_x(x,y)$;
Fac.: calcolare $f_y(x,y)$;
c) dire se $f(x,y)$ è dotata di massimo e/o minimo globali. In caso affermativo, determinare il minimo globale e i punti del piano in cui è assunto.

B.2)

Risolvere il seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' + \dfrac{3x^2}{5+x^3}\; y = \sqrt[3]{x} \\ y(0) = 1 \end{cases} \qquad .$$