

**CORSI DI LAUREA IN INGEGNERIA DELL'INFORMAZIONE –
INGEGNERIA MECCANICA PER LA TRANSIZIONE VERDE –
INGEGNERIA DELL'AMBIENTE PER LO SVILUPPO SOSTENIBILE -
SEDE DIDATTICA DI LATINA - A.A. 2023 - 2024 (9 crediti)
PROGRAMMA DETTAGLIATO DI ANALISI MATEMATICA 1**

Docenti: Alberto Maria BERSANI, Bruno Antonio CIFRA

N.B.: Le indicazioni fanno riferimento ai testi

[BPS1] M. Bramanti, C.D. Pagani, S. Salsa: Analisi Matematica 1. Zanichelli, 2008.

[BPS2] M. Bramanti, C.D. Pagani, S. Salsa: Analisi Matematica 2. Zanichelli, 2009.

Legenda: cd = con dimostrazione; sd = senza dimostrazione; df = dimostrazione facoltativa; fac = facoltativo; E = esercizio; e = esempio; T = teorema; C = corollario; L = lemma; P = proposizione; D = definizione; F = formula; O = Osservazione; Fig = Figura; § = paragrafo.

Le parti indicate in corsivo non fanno parte del programma, ma sono utili per un approfondimento culturale e/o per una migliore preparazione degli esercizi, oppure sono facoltative. Le parti sottolineate indicano parti del programma non comprese nel testo di base, oppure svolte in modo alternativo rispetto al testo. Per molte di esse sono state fornite dispense, alcune delle quali sono reperibili anche sul sito

www.dmmm.uniroma1.it/~bersani.

Gli esempi e gli esercizi vanno considerati come parte integrante del corso. Non vanno quindi trascurati: tutt'altro!

I numeri. [BPS1 – Cap. 1] TUTTO. §1. Insiemi e logica: concetti di base sugli insiemi; un po' di logica elementare; T1.2 sd. §2. Sommatorie e coefficienti binomiali. P1.2 (somma di una progressione geometrica) cd. Fattoriale di n . Coefficienti binomiali e formula di Newton. Importante E3. §3. Campi ordinati. §4. Numeri reali. Estremo superiore e assioma di continuità. Valore assoluto. Disuguaglianza triangolare. Intervalli. §5. *Potenze e radicali. Potenze a esponente reale. Esponenziali e logaritmi. Approssimazioni.* §6. Insiemi infiniti (df). §7 Il principio di induzione: disuguaglianza di Bernoulli df, formula del binomio di Newton sd, E8/9 (somma dei termini in una progressione aritmetica e geometrica) df §8. Numeri complessi. Del T1.10 (radici n -esime) è stata fornita anche una dimostrazione alternativa. Complementi: solo E6 (fac.). Rappresentazione matriciale dei numeri complessi.

Funzioni di una variabile. [BPS1 - Cap. 2] TUTTO. §1. Il concetto di funzione. §2. Funzioni reali di variabile reale. §3. Funzioni elementari: il §3.4 è fac. §4. Funzioni composte, funzioni invertibili e funzioni inverse: T2.1 cd. Complementi: escluso.

Limiti e continuità. [BPS1- Cap. 3] TUTTO. §1. Successioni: Teorema di unicità del limite (subito dopo la D3.2) cd. Convergenza secondo Cauchy (o criterio di Cauchy): df. T3.1 e C3.2 (teoremi di regolarità per successioni monotone) cd. Importante e1.9 (progressione geometrica). T3.3 (algebra dei limiti) una dim a scelta. T3.4, T3.5 (teoremi della permanenza del segno) cd. Del T3.6 (Teorema del confronto o dei Carabinieri) è sufficiente una spiegazione grafica. C3.7 sd. Importante e1.10 (potenza a esponente reale). Regole di aritmetizzazione parziale del simbolo di infinito sd. §1.4 (Il numero e): T3.8 cd. T3.9. P3.1 df. T3.10 (gerarchia degli infiniti) sd. Il T3.11 (criterio del rapporto) è stato esposto anche nell'ambito della teoria delle serie. Importanti e1.17, 1.21, 1.22. §2. Limiti di funzioni, continuità, asintoti. §3. Il calcolo dei limiti: §3.1 (Proprietà fondamentali di limiti e continuità) sd. Importanti gli e3.2/3.6. §3.2 (Limiti notevoli): dim solo il $\lim (\sin x)/x$. Le altre dim sono fac. §3.3 Confronti e stime asintotiche. §3.4 Stime asintotiche e grafici: importante E17 (funzioni del tipo $f(x)^{g(x)}$). §4. Proprietà globali delle funzioni continue o monotone su un intervallo. Del T3.26 (Teorema degli zeri) è sufficiente una spiegazione grafica. T3.27 (Teorema di Weierstrass) sd. T3.28 (Teorema dei valori intermedi) cd. T3.30 fac. T3.31 (Teorema di monotonia) sd. §4.3: T3.32 df. Complementi: *importanti E8, E9.*

Calcolo differenziale per funzioni di una variabile. [BPS1 – Cap. 4] Fino al §7.3 incluso. §1. Introduzione al calcolo differenziale. §2. Derivata di una funzione: §2.2 (Altre interpretazioni della derivata) fac. §2.3 (Derivate di funzioni elementari) cd. “Le equazioni differenziali soddisfatte dalle funzioni esponenziali e trigonometriche” escluso. §2.4 Punti angolosi, cuspidi, flessi a tangente verticale. T4.1 (Continuità e derivabilità) cd. §3. Regole di calcolo delle derivate: particolare attenzione a tutti gli esempi proposti. In particolare e3.3, e3.7/3.10; e3.13/3.15. §3.1 (Algebra delle derivate) una dimostrazione a scelta. §3.2 (Derivata di una funzione composta) sd. §3.3 (Derivata di funzione inversa) cd. §4. Il teorema del valor medio e le sue conseguenze. T4.5 (Teorema di Fermat) cd. T4.6 (Teorema del valor medio o di Lagrange) cd. T4.7 (test di monotonia) sd. §4.3 (Soluzione di alcuni problemi di massimo e minimo) escluso. §4.4 (Il teorema di de l’Hospital) sd. §4.5 (Limite della derivata e derivabilità) sd. Importante e4.13. §5. Derivata seconda: §5.1 (Significato geometrico della derivata seconda) fac. §5.2 (Derivata seconda, concavità e convessità) sd. §6. Studio del grafico di una funzione. §7. Calcolo differenziale e approssimazioni. §7.1 Differenziale e approssimazione lineare. Il simbolo di “o piccolo”. *Utili e7.3, e7.4.* §7.2 Limiti notevoli e sviluppi. §7.3 Formula di Taylor-MacLaurin con resto secondo Peano: T4.17 (Formula di MacLaurin all’ordine n , con resto secondo Peano) sd. Importanti e7.5, 7.6. §7.4 (Formula di Taylor-MacLaurin con resto secondo Lagrange) fino al T4.19 (sd). §7.5 (Risoluzione approssimata di equazioni: il metodo di Newton) escluso. Complementi: escluso.

Serie. [BPS1 – Cap. 5] TUTTO. §1. Serie numeriche. Importanti e1.1 (serie geometrica), 1.2 (serie armonica), 1.3 (serie di Mengoli). T5.1 cd. T5.2 fac. §1.2 (Serie a termini non negativi) una dim a scelta. Importanti e1.4/1.6 (serie armonica generalizzata), 1.9/1.10. Criterio di condensazione (dim. fac.) e serie di Abel §1.3 (Serie a termini di segno variabile) sd. Importante e1.12 (serie armonica generalizzata di segno alterno). T5.4 (Criterio di Leibniz) cd. Importanti e1.15/1.17. §2. Serie di Taylor. Esponenziale complesso: §2.1 (Serie di Taylor delle trascendenti elementari): cenni. §2.2 (Serie nel campo complesso. Esponenziale complesso): solo esponenziale complesso, su cui sono state fornite note alternative. Esclusi: “Il logaritmo nel campo complesso”, “elevamento a potenza complessa”, “Criterio di Dirichlet e somma di alcune serie trigonometriche”, Complementi.

Calcolo integrale per funzioni di una variabile. [BPS1 – Cap. 6] Fino al §9 incluso. §1. Introduzione al calcolo integrale. §2. L’integrale come limite di somme: §2.1 (La definizione di integrale): “Interpretazione cinematica” e “Interpretazione meccanica” esclusi. Importante e2.1, sd. §3. Proprietà dell’integrale. T6.4 sd. T6.5 (Teorema della media) cd. §4. Il teorema fondamentale del calcolo integrale: T6.6 (Teorema fondamentale del calcolo integrale) cd. Di esso è stata fornita anche una dim. alternativa. §5. Metodi elementari per la ricerca di una primitiva. Tutto, con particolare attenzione a tutti gli esempi svolti. §6 Alcune applicazioni fisiche e geometriche: solo “Volume di un solido di rotazione attorno a un asse”. §7. Calcolo numerico approssimato di un integrale: escluso. §8. Integrali generalizzati: §8.1 (Integrazione di funzioni non limitate): importante e8.1. §8.2 (Criteri di integrabilità al finito): sd. §8.3 (Integrazione su intervalli illimitati): importante e8.4. “Divergenza della serie armonica. Convergenza della serie armonica generalizzata per $\alpha > 1$ ”: Sul criterio integrale di Cauchy per le serie (fac.) sono disponibili sul sito fogli integrativi. §8.4 (Criteri di integrabilità all’infinito): Importante e8.5. §9. Funzioni integrali. T6.10 (Teorema di Torricelli-Barrow o Secondo Teorema Fondamentale del Calcolo Integrale) cd. Per tale teorema è stata fornita anche una dim. alternativa. Importanti e9.1/9.2. §10. Convoluzione e sistemi fisici lineari: escluso. Complementi: escluso.

Modelli dinamici [BPS1 – Cap. 7] Escluso.

Equazioni differenziali. [BPS2 – Cap. 1] TUTTO. §1. Modelli differenziali. §2. Equazioni del primo ordine. §2.2. Equazioni a variabili separabili. §2.3. Equazioni lineari del primo ordine: T1.2 sd. §3. Equazioni lineari del secondo ordine: il §3.1 (Spazi di funzioni) è stato svolto nell’ambito del calcolo differenziale per funzioni di una variabile. §3.3 (La struttura dell’integrale generale) sd. §3.4 Equazioni omogenee a coefficienti costanti. §3.5 Equazioni non omogenee: importante e3.11 (metodo di sovrapposizione). §3.6. Vibrazioni meccaniche; vibrazioni forzate; risonanza: fac. Equazioni risolubili tramite integrazione iterata. Complementi: solo e4.1 (Equazione della trave) come esempio di risoluzione di equazione differenziale tramite integrazione iterata.