UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI ROMA "LA SAPIENZA"
SEDE DISTACCATA DI LATINA
CORSO DI DIPLOMA-LAUREA IN INGEGNERIA (SETTORE dell'INFORMAZIONE)

a.a. 1999/2000 - I PROVA SCRITTA DI ESONERO DI ANALISI I
20/12/1999 - compito A

COGNOME .... **NOME** ....
CORSO DI DIPLOMA-LAUREA IN ....

1. Dimostrare, per mezzo del principio di induzione, l'uguaglianza

$$\frac{1}{1\cdot 2}+\frac{1}{2\cdot 3}+\ldots+\frac{1}{n(n+1)}=\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{k(k+1)}=\frac{n}{n+1} \qquad \forall n\geq 1\ .$$

2. Risolvere la seguente disequazione

$$\frac{x+2-|x+1|}{x+5}>0\ .$$

3. Determinare il carattere della successione

$$a_n=\sqrt[n]{\frac{5^n+n^3}{n!}}\ .$$

4. Calcolare la derivata della funzione

$$f(x)=(\sin x)^{\sin x}-\sin(\sin x)\ .$$

5. **(fac.)** Qual è l'insieme di definizione della funzione $f(x)$ dell'esercizio precedente ?

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI ROMA “LA SAPIENZA”
SEDE DISTACCATA DI LATINA
CORSO DI DIPLOMA-LAUREA IN INGEGNERIA (SETTORE dell’INFORMAZIONE)

a.a. 1999/2000 - I PROVA SCRITTA DI ESONERO DI ANALISI I
20/12/1999 - compito B

COGNOME .... **NOME** ....
CORSO DI DIPLOMA-LAUREA IN ....

1. Dimostrare, per mezzo del principio di induzione, l’uguaglianza

$$1+\frac{1}{3}+\frac{2}{3\cdot 4}+\ldots+\frac{2}{n(n+1)}=\sum_{k=1}^{n}\frac{2}{k(k+1)}=\frac{2n}{n+1} \qquad \forall n\geq 1\ .$$

2. Risolvere la seguente disequazione

$$\frac{x+1-|x+2|}{x}>0\ .$$

3. Determinare il carattere della successione

$$a_n=\left[\frac{n^n+3^n}{n!}\right]^{\frac{1}{n}}\quad .$$

4. Calcolare la derivata della funzione

$$f(x)=(\cos x)^{\tan x}-\cos(\tan x)\ .$$

5. **(fac.)** Qual è l’insieme di definizione della funzione $f(x)$ dell’esercizio precedente ?

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI ROMA "LA SAPIENZA"
SEDE DISTACCATA DI LATINA
CORSO DI DIPLOMA-LAUREA IN INGEGNERIA (SETTORE dell'INFORMAZIONE)

a.a. 1999/2000 - I PROVA SCRITTA DI ESONERO DI ANALISI I
20/12/1999 - compito C

COGNOME .... **NOME** ....
CORSO DI DIPLOMA-LAUREA IN ....

1. Dimostrare, per mezzo del principio di induzione, l'uguaglianza

$$1 + \frac{2}{2} + \frac{3}{2^2} + \ldots + \frac{n}{2^{n-1}} = \sum_{k=1}^{n} \frac{k}{2^{k-1}} = 4 - \frac{n+2}{2^{n-1}} \qquad \forall n \geq 1 \ .$$

2. Risolvere la seguente disequazione

$$|x-1| - |x-3| < 0 \ .$$

3. Calcolare i seguenti limiti

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{x^2 + x \sin x + 1}{x^2} \log x \ ; \qquad \lim_{x \to 0^+} \frac{x^2 + x \sin x + 1}{x^2} \log x \ .$$

4. Calcolare la derivata della funzione

$$f(x) = \tan\left[\log(\sqrt{1-2x})\right] \ .$$

5. **(fac.)** Qual è l'insieme di definizione della funzione $f(x)$ dell'esercizio precedente ?

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI ROMA "LA SAPIENZA"
SEDE DISTACCATA DI LATINA
CORSO DI DIPLOMA-LAUREA IN INGEGNERIA (SETTORE dell'INFORMAZIONE)

a.a. 1999/2000 - I PROVA SCRITTA DI ESONERO DI ANALISI I
20/12/1999 - compito D

COGNOME .... **NOME** ....
CORSO DI DIPLOMA-LAUREA IN ....

1. Dimostrare, per mezzo del principio di induzione, l'uguaglianza

$$\frac{1}{2}+\frac{2}{2^2}+\frac{3}{2^3}+\ldots+\frac{n}{2^n}=\sum_{k=1}^{n}\frac{k}{2^k}=2-\frac{n+2}{2^n} \qquad \forall n\geq 1\ .$$

2. Risolvere la seguente disequazione

$$|x-2|-|x-5|<0\ .$$

3. Calcolare i seguenti limiti

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{(x+1)\log(1+\frac{1}{x})}{x}\ ; \qquad \lim_{x\to 0^+}\frac{(x+1)\log(1+\frac{1}{x})}{x}\ .$$

4. Calcolare la derivata della funzione

$$f(x)=\cos\left[\sqrt{\tan x}\right]\ .$$

5. **(fac.)** Qual è l'insieme di definizione della funzione $f(x)$ dell'esercizio precedente ?

SOLUZIONI 20/12/1999 - Compito A

2.

$$\{\ x < -5\ \}\ \cup\ \{x > -\frac{3}{2}\}$$

3.

$$\lim_{n\to+\infty} a_n = 0.$$

4.

$$f'(x) = \{\sin x^{\sin x}[\log(\sin x) + 1] - \cos(\sin x)\}\cos x.$$

5.

$$I_{def}(f) = \{\ x \in I\!R\ \ |\ \ 2k\pi < x < (\ 2k+1\ )\pi \quad ; \quad k \in \mathbf{Z}\ \}.$$

SOLUZIONI 20/12/1999 - Compito B

2.

$$\{\ x < 0\ \}$$

3.

$$\lim_{n\to+\infty} a_n = e.$$

4.

$$f'(x) = \frac{1}{\cos^2 x}\left\{\left[\log(\cos x) - \sin^2 x\right]\cos x^{\tan x} + \sin(\tan x)\right\}$$

5.

$$I_{def}(f) = \left\{\ x \in I\!R \ \mid\ \frac{-\pi}{2} + 2k\pi < x < \frac{\pi}{2} + 2k\pi \quad ; \quad k \in \mathbf{Z}\ \right\}.$$

SOLUZIONI 20/12/1999 - Compito C

2.

$$\{\ x < 2\ \}$$

3.

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty \qquad ; \qquad \lim_{x\to 0^+} f(x) = -\infty.$$

4.

$$f'(x) = \frac{1}{(2x-1)\cos^2\left[\frac{1}{2}\log(1-2x)\right]}$$

5.

$$I_{def}(f) = \{\ x \in I\!R \ \mid\ x < \frac{1}{2} \quad ; \quad x \neq \frac{1}{2}\Big[\ 1 - e^{(2k+1)\pi}\Big] \quad ; \quad k \in \mathbf{Z}\}$$

SOLUZIONI 20/12/1999 - Compito D

2.

$$\{\ x < \frac{7}{2}\}$$

3.

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = 0 \qquad ; \qquad \lim_{x\to 0^+} f(x) = +\infty.$$

4.

$$f'(x) = -\sin\left(\sqrt{\tan x}\right) \ \cdot \frac{1}{2\sqrt{\tan x}} \ \cdot \frac{1}{\cos^2 x}.$$

5.

$$I_{def}(f) = \{\ x \in \mathbb{R}\ \ |\ \ k\pi \leq\ \ x\ \ < \frac{\pi}{2} + k\pi \quad ; \quad k \in \mathbf{Z}\ \}.$$

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI ROMA "LA SAPIENZA"
FACOLTÀ DI INGEGNERIA - SEDE DISTACCATA DI LATINA
CORSO DI DIPLOMA-LAUREA IN INGEGNERIA AMBIENTE E TERRITORIO

preappello di Analisi Matematica I del 21-12-1999 - compito A

COGNOME .... **NOME** ....

1. Determinare il carattere della successione

$$a_n = \frac{n^4 \sin \frac{1}{n^2}}{5n^2 + 2n} \ .$$

2. Determinare l'insieme di definizione E della funzione

$$f(x) = \arctan \left[\log \left(\frac{1}{1+x^2} \right) \right] \ .$$

3. Calcolare la derivata della funzione $f(x)$ del precedente esercizio.

4. Determinare l'ordine di infinitesimo, per $x \to 0$, della funzione

$$g(x) = x \sin x - x^2 \cos x \ .$$

5. Calcolare

$$\int_1^e x^2 \log x \ dx \ .$$

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI ROMA "LA SAPIENZA"
FACOLTÀ DI INGEGNERIA - SEDE DISTACCATA DI LATINA
CORSO DI DIPLOMA-LAUREA IN INGEGNERIA AMBIENTE E TERRITORIO

preappello di Analisi Matematica I del 21-12-1999 - compito B

COGNOME .... **NOME** ....

1. Determinare il carattere della successione

$$a_n = \frac{n^5 \log\left(1 + \frac{1}{n^2}\right)}{3n^3 - 2n + 1} \ .$$

2. Determinare l'insieme di definizione E della funzione

$$f(x) = \sqrt{\arctan\left(\sqrt{x^4+1}\right)} \ .$$

3. Calcolare la derivata della funzione $f(x)$ del precedente esercizio.

4. Determinare l'ordine di infinitesimo, per $x \to 0$, della funzione

$$g(x) = x \cos x - \sin x \ .$$

5. Calcolare

$$\int_0^{\pi/2} x^2 \sin x \ dx \ .$$

SOLUZIONI 21-12-1999 - compito A

1.

$$\lim_{n\to+\infty} a_n = \frac{1}{5}$$

2.

$$I_{def}(f) = \mathbb{R}$$

3.

$$f'(x) = \frac{1}{1+\log^2(1+x^2)} \cdot \left(\frac{-2x}{1+x^2}\right)$$

4.

$$\alpha = 4$$

5.

$$\frac{1+2e^3}{9}$$

SOLUZIONI 21-12-1999 - compito B

1.

$$\lim_{n\to+\infty} a_n = \frac{1}{3}$$

2.

$$I_{def}(f) = \mathbb{R}$$

3.

$$f'(x) = \frac{x^3}{x^4+2} \cdot \frac{1}{\sqrt{\arctan\left(\sqrt{x^4+1}\right)} \cdot \sqrt{x^4+1}}$$

4.

$$\alpha = 3$$

5.

$$\pi - 2$$

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI ROMA "LA SAPIENZA"
SEDE DISTACCATA DI LATINA
CORSO DI DIPLOMA-LAUREA IN INGEGNERIA per l'AMBIENTE e il TERRITORIO

a.a. 1999/2000 - PROVA SCRITTA DI ANALISI I
11/01/2000

COGNOME .... **NOME** ....

1. Determinare gli insiemi di continuità e derivabilità della funzione

$$f(x) = \begin{cases} \log(1+x) & \text{se } x \geq 0; \\ |1+x| - 1 & \text{se } x < 0. \end{cases}$$

2. Studiare il grafico della funzione $f(x)$ definita nel precedente esercizio.

3. Calcolare

$$\lim_{n \to +\infty} \frac{(n!)^2 e^{2n}}{n^{2n+1}} \ .$$

4. Determinare l'ordine di infinitesimo, per $x \to +\infty$, della funzione

$$g(x) = \exp\left(\frac{1}{x^2}\right) - \cos\left(\frac{1}{x}\right) \ .$$

5. Determinare tutte le primitive della funzione

$$h(x) = \frac{e^x}{e^{2x} + 2e^x + 1} \ .$$

SOLUZIONI 11/01/2000

1.

$$f(x) \in \mathcal{C}^0(\mathbb{R}) \quad ; \quad f(x) \text{ derivabile in } \quad \mathbb{R} \setminus \{ -1 \} . \quad x = -1 \text{ punto angoloso.}$$

2.

3.

$$2\pi$$

4.

$$\alpha = 2$$

5.

$$-\frac{1}{e^x + 1} + C \qquad ; \qquad C \in \mathbb{R}$$

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI ROMA "LA SAPIENZA"
SEDE DISTACCATA DI LATINA
CORSO DI DIPLOMA-LAUREA IN INGEGNERIA (SETTORE dell'INFORMAZIONE)

a.a. 1999/2000 - II PROVA SCRITTA DI ESONERO DI ANALISI I
11/01/2000 - compito A

COGNOME .... **NOME** ....
CORSO DI DIPLOMA-LAUREA IN ....

1. Stabilire l'insieme di definizione della funzione

$$f(x) = \sqrt{|x^2 - 9|}$$

2. Determinare massimi e minimi, relativi e assoluti, della funzione $f(x)$ definita nel precedente esercizio.

3. Calcolare

$$\int_{\pi/4}^{\pi/3} \frac{1 - \cos^2 x}{\mathrm{cotan} x} \, dx \ .$$

4. Data la funzione integrale

$$F(x) = \int_0^x \left[\mathrm{e}^{2t^2} - 3\mathrm{e}^{t^2} + \frac{5}{4} \right] \, dt$$

calcolarne la derivata prima e seconda.

5. **(fac.)** Determinare gli intervalli di concavità e convessità ed eventuali flessi della funzione $F(x)$ definita nell'esercizio precedente.

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI ROMA "LA SAPIENZA"
SEDE DISTACCATA DI LATINA
CORSO DI DIPLOMA-LAUREA IN INGEGNERIA (SETTORE dell'INFORMAZIONE)

a.a. 1999/2000 - II PROVA SCRITTA DI ESONERO DI ANALISI I
11/01/2000 - compito B

COGNOME .... **NOME** ....
CORSO DI DIPLOMA-LAUREA IN ....

1. Stabilire l'insieme di definizione della funzione

$$f(x) = \sqrt{2x^2 - |x+1|}$$

2. Determinare gli eventuali asintoti della funzione $f(x)$ definita nel precedente esercizio.

3. Calcolare l'area del sottografico della funzione

$$g(x) = \frac{1 - \sin^2 x}{\tan x}$$

nell'intervallo $[\pi/4, \pi/3]$.

4. Data la funzione integrale

$$F(x) = \int_0^x \left[\sin^2(t^2) - 3\sin(t^2) + \frac{5}{4} \right] \, dt$$

calcolarne la derivata prima e seconda.

5. **(fac.)** Determinare gli intervalli di concavità e convessità ed eventuali flessi della funzione $F(x)$ definita nell'esercizio precedente.

SOLUZIONI 11/01/2000 - Compito A

1.

$$I_{def}(f) = \mathbb{R}$$

2.

Minimo relativo e assoluto in $(\,-3\,,\,0\,)$ e in $(\,3\,,\,0\,)$;

Massimo relativo in $(\,0\,,\,3\,)$; non esiste massimo assoluto.

3.

$$\frac{1}{8}(4\log 2 - 1)$$

4.

$$F'(x) = exp(2x^2) - 3exp(x^2) + \frac{5}{4} \quad ; \quad F"(x) = 2xe^{x^2}\left(2e^{x^2} - 3\right)$$

5.

Concava verso l'alto in $\left]-\sqrt{\log\frac{3}{2}}\,,\,0\right[$ e in $\left]\sqrt{\log\frac{3}{2}}\,,\,+\infty\right[$;

Concava verso il basso in $\left]-\infty\,,\,-\sqrt{\log\frac{3}{2}}\right[$ e in $\left]0\,,\,\sqrt{\log\frac{3}{2}}\right[$.

SOLUZIONI 11/01/2000 - Compito B

1.

$$I_{def}(f) = \left] -\infty \ , \ \frac{1}{2} \right] \ \cup \ [\ 1 \ , \ +\infty \ [\ .$$

2.

$$\text{Asintoto obliquo destro:} \qquad y = \tfrac{-\sqrt{2}}{4} + \sqrt{2}x \ ;$$

$$\text{Asintoto obliquo sinistro:} \qquad y = \tfrac{-\sqrt{2}}{4} - \sqrt{2}x \ .$$

3.

$$\frac{1}{2}\log\left(\frac{3}{2}\right) - \frac{1}{8}$$

4.

$$F'(x) = \sin^2(x^2) - 3\sin(x^2) + \frac{5}{4} \quad ; \quad F"(x) = 2x\cos(x^2)\left[2\sin(x^2) - 3\right]$$

5.

Concava verso l'alto in ogni intervallo del tipo

$$\left] \sqrt{-\frac{\pi}{2} + 2k\pi} \ , \ \sqrt{\frac{\pi}{2} + 2k\pi} \ \right[_{k \in I\!N \setminus \{0\}} \qquad \text{e} \qquad \left] -\sqrt{\frac{3\pi}{2} + 2k\pi} \ , \ -\sqrt{\frac{\pi}{2} + 2k\pi} \ \right[_{k \in I\!N_0}$$

Concava verso il basso nel complementare dell'unione di tali intervalli.

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI ROMA "LA SAPIENZA"
SEDE DISTACCATA DI LATINA
CORSO DI DIPLOMA-LAUREA IN INGEGNERIA per l'AMBIENTE e il TERRITORIO

a.a. 1999/2000 - PROVA SCRITTA DI ANALISI I
18/01/2000

COGNOME .... **NOME** ....

1. Studiare il grafico della funzione

$$f(x) = \frac{e^x + 2e^{-2x}}{3} \ .$$

2. Calcolare

$$\lim_{x \to 2} \frac{e^{3(x-2)} - (x-1)^3 - \frac{3}{2}(x-2)^2}{(x-2)^4} \ .$$

3. Calcolare l'area del dominio normale all'asse x delimitato dalle curve di equazione

$$x = 0 \ ; \qquad x = 2\pi \ ;$$
$$f_1(x) = 3 + \sin x \ ; \qquad f_2(x) = 3 + \cos x \ .$$

4. Verificare che la successione

$$a_n = \frac{n^4 - 1}{n - 1}$$

è crescente (cioè $a_{n+1} > a_n$ oppure $\frac{a_{n+1}}{a_n} > 1$) per ogni $n > 1$.

5. Calcolare

$$\lim_{n \to +\infty} \left[\sin\left(\frac{1}{n^3}\right)\right] \left[\frac{n^4 - 1}{n - 1}\right] \ .$$

SOLUZIONI 18/01/2000 - ANALISI I

1.

2.

$$\lim_{x\to 2^+} f(x) = +\infty \qquad ; \qquad \lim_{x\to 2^-} f(x) = -\infty \qquad ; \qquad \nexists \lim_{x\to 2} f(x)$$

3.

$$4\sqrt{2}$$

4.

La successione è crescente in quanto può essere riscritta nella forma

$$a_n = (n^2+1)(n+1)$$

per cui $a_{n+1} > a_n$ in quanto

$$(n+1)^2 + 1 > n^2 + 1 \qquad \text{e} \qquad n+2 > n+1.$$

5.

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI ROMA "LA SAPIENZA"
SEDE DISTACCATA DI LATINA
CORSO DI DIPLOMA-LAUREA IN INGEGNERIA (SETTORE dell'INFORMAZIONE)

a.a. 1999/2000 - PROVA SCRITTA DI ANALISI I
28/01/2000

COGNOME .... **NOME** ....
CORSO DI DIPLOMA-LAUREA IN ....

1. Calcolare, al variare di $a \in \mathbb{R}$,

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{a^n + (-1)^n}{n \log n} \ .$$

2. Studiare il grafico della funzione

$$f(x) = \arcsin\left(e^x\right) \ .$$

3. Determinare gli intervalli di crescenza e decrescenza della funzione integrale

$$F(x) = \int_0^x t(1-t^2)e^{\cos(t^2)}\, dt \ .$$

4. (fac.) Verificare che la funzione del precedente esercizio si annulla esattamente in tre punti.

5. Calcolare il seguente integrale

$$\int_{\frac{11}{3}\pi}^{\frac{15}{4}\pi} \frac{e^{\tan x}}{1-\sin^2 x}\, dx \ .$$

SOLUZIONI 28-01-2000

1.

$$\lim_{n\to+\infty} = \begin{cases} +\infty & \text{se } a > 1 \ ; \\ 0 & \text{se } |a| \leq 1 \ ; \\ \nexists & \text{se } a < -1 \ . \end{cases}$$

2.

3. $F(x)$ cresce negli intervalli $]-\infty\,,\ -1\,[$ e $]\,0,\ 1\,[$;
decresce negli intervalli $]-1\,,\ 0\,[$ e $]\,1\,,\ +\infty\,[$.

5.

$$e^{-1} \ - \ e^{-\sqrt{3}}$$

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI ROMA "LA SAPIENZA"
SEDE DISTACCATA DI LATINA
CORSO DI DIPLOMA-LAUREA IN INGEGNERIA per l'AMBIENTE e il TERRITORIO

a.a. 1999/2000 - PROVA SCRITTA DI ANALISI II
15/02/2000

COGNOME .... **NOME** ....

1. Determinare le soluzioni complesse dell'equazione

$$z^3 - z|z|^2 + z = 0\ .$$

2. Determinare (e disegnare) l'insieme di convergenza della serie

$$\sum_{k=1}^{+\infty} (-1)^k \frac{(e^z)^k}{k!} \qquad\qquad z \in \mathbf{C}$$

e calcolarne la somma.

3. Calcolare, per mezzo delle formule di Gauss-Green, l'area del dominio piano

$$T = \left\{ (x,y) \in \mathbb{R}^2 \ :\ 1 \le x \le 2\ ;\ \frac{1}{x} \le y \le \frac{2}{x} \right\}\ .$$

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI ROMA "LA SAPIENZA"
SEDE DISTACCATA DI LATINA
CORSO DI DIPLOMA-LAUREA IN INGEGNERIA per l'AMBIENTE e il TERRITORIO

a.a. 1999/2000 - PROVA SCRITTA DI ANALISI I
15/02/2000

COGNOME .... **NOME** ....

1. Calcolare il limite della successione

$$a_n = \frac{\log(1+n)}{n^3} .$$

2. Studiare il grafico della funzione

$$f(x) = \Big| \log |x| \Big| .$$

3. Data la funzione integrale

$$F(x) = \int_0^x \arcsin t \; dt$$

(a) stabilirne l'insieme di definizione;
(b) calcolare $F(1/2)$;
(c) calcolare $F'(1/2)$.

SOLUZIONI 15/02/2000 - ANALISI II

1.

$$z_1 = 0 \qquad ; \qquad z_2 = \frac{\sqrt{2}}{2}\, i \qquad ; \qquad z_3 = -\frac{\sqrt{2}}{2}\, i \qquad .$$

2.

$$I_{conv} = \mathbf{C}$$

$$S(z) = \exp\left(-e^z\right) - 1$$

3.

$$\log 2$$

SOLUZIONI 15/02/2000 - ANALISI I

1.

$$0$$

2.

3.

(a) $x \in [\ -1\ ,\ 1\ ]$;

(b) $\frac{\pi}{12} + \sqrt{3}$;

(c) $\frac{\pi}{6}$.

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI ROMA “LA SAPIENZA”
SEDE DISTACCATA DI LATINA
CORSO DI DIPLOMA-LAUREA IN INGEGNERIA (SETTORE dell'INFORMAZIONE)

a.a. 1999/2000 - PROVA SCRITTA DI ANALISI I - 1^o MODULO
18/02/2000

COGNOME .... **NOME** ....

CORSO DI DIPLOMA-LAUREA IN ....

1. Calcolare

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{e^n - 2^{n\log n}}{n^n} \ .$$

2. Determinare i punti di massimo e minimo, relativi ed assoluti, della funzione

$$f(x) = |x^3 - 3x^2 + 3x|$$

nell'intervallo $[-2, 3]$.

3. Calcolare

$$\lim_{x\to 0} \frac{1}{3x^8} \int_0^x t\sin(t^7)\ dt \ .$$

4. Calcolare

$$\int_0^2 \frac{2x+4}{x^2+4x+5}\ dx \ .$$

Ha senso calcolare

$$\int_0^2 \frac{2x+4}{x^2+4x-5}\ dx \ ?$$

SOLUZIONI 18/02/2000

1.

$$0$$

2.

$$\text{minimo relativo e assoluto:} \quad (\ 0\ ,\ 0\ ) \quad ;$$
$$\text{massimi relativi:} \quad (\ -2\ ,\ 26\ ) \quad \text{e} \quad (\ 3\ ,\ 9\ ) \quad ;$$
$$\text{massimo assoluto:} \quad (\ 3\ ,\ 9\ ) \quad .$$

3.

$$0$$

4.

$$\log\left(\frac{17}{5}\right)$$

Non ha senso calcolare il secondo integrale, perché la funzione integranda non é continua in $x = 1$.

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI ROMA "LA SAPIENZA"
SEDE DISTACCATA DI LATINA
CORSO DI DIPLOMA-LAUREA IN INGEGNERIA per l'AMBIENTE e il TERRITORIO

a.a. 1999/2000 - PROVA SCRITTA DI ANALISI II
21/02/2000

COGNOME .... **NOME** ....

1. Studiare la convergenza puntuale della successione di funzioni

$$f_n(x) = \frac{e^{-nx}}{n^2x^2+1} \ .$$

Nell'insieme di convergenza puntuale si ha anche la convergenza uniforme ? Perché ?

2. Determinare tutte le soluzioni del problema

$$\begin{cases} y'' - 3y' + 2y = e^x \\ y(0) = 2 \\ \lim\limits_{x\to-\infty} y(x) = 0 \ . \end{cases}$$

3. Calcolare

$$int\int_T (x^2+1)\ dx\ dy$$

dove

$$T = \{(x,y) \in I\!R^2 \ : \ x^2+y^2 \le 1\} \ .$$

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI ROMA "LA SAPIENZA"
SEDE DISTACCATA DI LATINA
CORSO DI DIPLOMA-LAUREA IN INGEGNERIA per l'AMBIENTE e il TERRITORIO

a.a. 1999/2000 - PROVA SCRITTA DI ANALISI I
21/02/2000

COGNOME .... **NOME** ....

1. Stabilire il carattere della successione

$$a_n = e^{\log(\arctan n)} \ .$$

(FAC.) Ha senso calcolare

$$\lim_{n \to +\infty} e^{\log(\arcsin n)} \ ?$$

Perché ?

2. Determinare tutti gli asintoti della funzione

$$f(x) = \frac{x^3 - 3x^2 + 5x - 1}{x^2 - 1} \ .$$

3. Calcolare

$$\int_2^3 \frac{x^3 - 3x^2 + 5x - 1}{x^2 - 1} \, dx \ .$$

SOLUZIONI 21/02/2000 - ANALISI I

1.

$$\frac{\pi}{2}$$

Non ha senso calcolare il secondo limite, perché $\arcsin x$ è definito solo per $-1 \leq x \leq 1$.

2.

Asintoto obliquo destro e sinistro: $y = x - 3$;

Asintoti verticali: $x = -1$ e $x = 1$.

3.

$$11 \log 2 - 5 \log 3 - \frac{1}{2}$$

SOLUZIONI 21/02/2000 - ANALISI II

1.

$$I_{conv} = [\ 0\ ,\ +\infty[$$

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{se} \quad x > 0 \quad ; \\ \\ 1 & \text{se} \quad x = 0 \quad . \end{cases}$$

Non c'è convergenza uniforme perché $f(x) \notin \mathcal{C}^0\left([\ 0\ ,\ +\infty[\right)$.

2.

$$y(x) = C_1 e^x + C_2 e^{2x} - xe^x$$

$$\overline{y}(x) = C_1 e^x + (\ 2 - C_1\ ) e^{2x} - xe^x$$

3.

$$\frac{5}{4}\pi$$