

**CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA PER L'AMBIENTE E IL TERRITORIO
SEDE DISTACCATA DI LATINA - a.a. 2003/2004**

prova scritta di ANALISI MATEMATICA (primo modulo) - 15 settembre 2004

COGNOME **NOME**

matricola **Firma**

GIUSTIFICARE ADEGUATAMENTE TUTTI I PASSAGGI

1)

Determinare massimi e minimi, relativi e assoluti, nell'intervallo $[-1, 1]$, della funzione

$$f(x) = \begin{cases} e^{-\frac{1}{x}} & \text{se } x \neq 0 \\ 1 & \text{se } x = 0 \end{cases} .$$

Il risultato rispetta il Teorema di Weierstrass? Perché?

2)

Stabilire il carattere della successione a_n e della serie, ad essa associata, $\sum a_n$, dove

$$a_n = \left(1 - \frac{\pi}{n}\right)^{n^2} .$$

3)

Dopo aver calcolato $w = z^{900}$, dove

$$z = -\frac{e}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2} e ,$$

calcolare $\sqrt[3]{w}$.

4)

Determinare l'ordine di infinitesimo, per $x \rightarrow 0^+$, della funzione

$$f(x) = \sqrt{x}(e^x - 1) .$$

È possibile determinare l'ordine di infinitesimo di f per $x \rightarrow 0^-$? Perché ?

**CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA PER L'AMBIENTE E IL TERRITORIO
SEDE DISTACCATA DI LATINA - a.a. 2003/2004**

prova scritta di ANALISI MATEMATICA (secondo modulo) - 15 settembre 2004

COGNOME NOME

matricola Firma

GIUSTIFICARE ADEGUATAMENTE TUTTI I PASSAGGI

1)

Sia

$$E = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 < x \leq \frac{\pi}{2}, 0 \leq y \leq \frac{1}{\sqrt{\sin x}}\} .$$

Verificare che E ha misura finita.

FAC.: mostrare che la misura di E è maggiore di $\sqrt{2\pi}$.

2)

Determinare tutte le funzioni che, sottratte al quadruplo della loro derivata seconda, danno $e^{-\frac{1}{2}x}$.

FAC.: determinare tutte le funzioni che, sottratte al quadruplo della loro derivata seconda, danno $e^{-\frac{1}{2}x} + e^x$.

3)

Calcolare la lunghezza della curva grafico della funzione $y = x^2$, per $x \in [1, 2]$.

FAC.: calcolare la lunghezza della curva grafico della funzione $y = \sqrt{x}$, per $x \in [1, 4]$.

Suggerimento: in mancanza di altre idee, si consiglia, per il calcolo della lunghezza della seconda curva, la sostituzione $t = \sqrt{x}$.

4)

Data

$$f(x, y) = \frac{x^4 + y^4}{x^2 - y^2} ,$$

stabilirne l'insieme di definizione E .

Una volta definita la funzione

$$\tilde{f}(x, y) = \begin{cases} f(x, y) & \text{in } E \\ 0 & \text{in } \mathbb{R}^2 - E \end{cases} ,$$

calcolare le derivate direzionali di \tilde{f} nell'origine.

**CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA PER L'AMBIENTE E IL TERRITORIO
SEDE DISTACCATA DI LATINA - a.a. 2003/2004**

prova di teoria scritta di ANALISI MATEMATICA (primo modulo) - 15 settembre 2004

COGNOME **NOME**

matricola **Firma**

GIUSTIFICARE ADEGUATAMENTE TUTTI I PASSAGGI

1)

Definizione di concavità e convessità, di concavità e convessità per corde (o archi) , di concavità e convessità per tangenti.

Quali sono le implicazioni tra le tre definizioni?

A quali funzioni si può applicare ognuna di tali definizioni?

Applicazione: la funzione $f(x) = |x|$, nell'intervallo $[-1, 1]$, quale delle precedenti definizioni soddisfa? Perché?

2)

Definizione di insieme numerico limitato e illimitato.

Definizione di massimo, minimo, estremo superiore e inferiore di un insieme numerico.

Applicazione: l'insieme

$$X = \left\{ \frac{(-1)^n}{n^2} \right\}_{n \in \mathbb{N} - \{0\}}$$

è limitato o illimitato? ammette \inf e \sup ? ammette \min e \max ?

**CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA PER L'AMBIENTE E IL TERRITORIO
SEDE DISTACCATA DI LATINA - a.a. 2003/2004**

prova di teoria scritta di ANALISI MATEMATICA (secondo modulo) - 20 luglio 2004

COGNOME **NOME**

matricola **Firma**

GIUSTIFICARE ADEGUATAMENTE TUTTI I PASSAGGI

1)

Teorema della media integrale per funzioni di una variabile, con dimostrazione.

Teorema delle media integrale per funzioni di due o più variabili.

Quali analogie e quali differenze possono essere messe in evidenza fra i due enunciati?

2)

Definizione di massimo e minimo, relativo e assoluto, per funzioni di più variabili.

Il candidato illustri gli strumenti teorici e pratici che vengono utilizzati nella ricerca dei massimi e minimi di una funzione di più variabili.