

**CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA PER L'AMBIENTE E IL TERRITORIO  
SEDE DISTACCATA DI LATINA - a.a. 2003/2004**

prova scritta di ANALISI MATEMATICA (primo modulo) - 15 settembre 2004

**COGNOME** ..... **NOME** .....

**matricola** ..... **Firma** .....

**GIUSTIFICARE ADEGUATAMENTE TUTTI I PASSAGGI**

1)

Determinare massimi e minimi, relativi e assoluti, nell'intervallo  $[-1, 1]$ , della funzione

$$f(x) = \begin{cases} e^{-\frac{1}{x}} & \text{se } x \neq 0 \\ 1 & \text{se } x = 0 \end{cases} .$$

Il risultato rispetta il Teorema di Weierstrass? Perché?

2)

Stabilire il carattere della successione  $a_n$  e della serie, ad essa associata,  $\sum a_n$ , dove

$$a_n = \left(1 - \frac{\pi}{n}\right)^{n^2} .$$

3)

Dopo aver calcolato  $w = z^{900}$ , dove

$$z = -\frac{e}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2} e ,$$

calcolare  $\sqrt[3]{w}$ .

4)

Determinare l'ordine di infinitesimo, per  $x \rightarrow 0^+$ , della funzione

$$f(x) = \sqrt{x}(e^x - 1) .$$

È possibile determinare l'ordine di infinitesimo di  $f$  per  $x \rightarrow 0^-$ ? Perché ?

**CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA PER L'AMBIENTE E IL TERRITORIO  
SEDE DISTACCATA DI LATINA - a.a. 2003/2004**

prova scritta di ANALISI MATEMATICA (secondo modulo) - 15 settembre 2004

**COGNOME** ..... **NOME** .....

**matricola** ..... **Firma** .....

**GIUSTIFICARE ADEGUATAMENTE TUTTI I PASSAGGI**

1)

Sia

$$E = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 < x \leq \frac{\pi}{2}, 0 \leq y \leq \frac{1}{\sqrt{\sin x}}\}.$$

Verificare che  $E$  ha misura finita.

**FAC.:** mostrare che la misura di  $E$  è maggiore di  $\sqrt{2\pi}$ .

2)

Determinare tutte le funzioni che, sottratte al quadruplo della loro derivata seconda, danno  $e^{-\frac{1}{2}x}$ .

**FAC.:** determinare tutte le funzioni che, sottratte al quadruplo della loro derivata seconda, danno  $e^{-\frac{1}{2}x} + e^x$ .

3)

Calcolare la lunghezza della curva grafico della funzione  $y = x^2$ , per  $x \in [1, 2]$ .

**FAC.:** calcolare la lunghezza della curva grafico della funzione  $y = \sqrt{x}$ , per  $x \in [1, 4]$ .

**Suggerimento:** in mancanza di altre idee, si consiglia, per il calcolo della lunghezza della seconda curva, la sostituzione  $t = \sqrt{x}$ .

4)

Data

$$f(x, y) = \frac{x^4 + y^4}{x^2 - y^2},$$

stabilirne l'insieme di definizione  $E$ .

Una volta definita la funzione

$$\tilde{f}(x, y) = \begin{cases} f(x, y) & \text{in } E \\ 0 & \text{in } \mathbb{R}^2 - E \end{cases},$$

calcolare le derivate direzionali di  $\tilde{f}$  nell'origine.

**CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA PER L'AMBIENTE E IL TERRITORIO  
SEDE DISTACCATA DI LATINA - a.a. 2003/2004**

prova di teoria scritta di ANALISI MATEMATICA (primo modulo) - 15 settembre 2004

**COGNOME** ..... **NOME** .....

**matricola** ..... **Firma** .....

**GIUSTIFICARE ADEGUATAMENTE TUTTI I PASSAGGI**

1)

Definizione di concavità e convessità, di concavità e convessità per corde (o archi) , di concavità e convessità per tangenti.

Quali sono le implicazioni tra le tre definizioni?

A quali funzioni si può applicare ognuna di tali definizioni?

**Applicazione:** la funzione  $f(x) = |x|$ , nell'intervallo  $[-1, 1]$ , quale delle precedenti definizioni soddisfa? Perché?

2)

Definizione di insieme numerico limitato e illimitato.

Definizione di massimo, minimo, estremo superiore e inferiore di un insieme numerico.

**Applicazione:** l'insieme

$$X = \left\{ \frac{(-1)^n}{n^2} \right\}_{n \in \mathbb{N} - \{0\}}$$

è limitato o illimitato? ammette  $\inf$  e  $\sup$ ? ammette  $\min$  e  $\max$ ?

**CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA PER L'AMBIENTE E IL TERRITORIO  
SEDE DISTACCATA DI LATINA - a.a. 2003/2004**

prova di teoria scritta di ANALISI MATEMATICA (secondo modulo) - 20 luglio 2004

**COGNOME** ..... **NOME** .....

**matricola** ..... **Firma** .....

**GIUSTIFICARE ADEGUATAMENTE TUTTI I PASSAGGI**

**1)**

Teorema della media integrale per funzioni di una variabile, con dimostrazione.

Teorema delle media integrale per funzioni di due o più variabili.

Quali analogie e quali differenze possono essere messe in evidenza fra i due enunciati?

**2)**

Definizione di massimo e minimo, relativo e assoluto, per funzioni di più variabili.

Il candidato illustri gli strumenti teorici e pratici che vengono utilizzati nella ricerca dei massimi e minimi di una funzione di più variabili.