

**CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA PER L'AMBIENTE E IL TERRITORIO
SEDE DISTACCATA DI LATINA - a.a. 2004/2005**

prova scritta di ANALISI MATEMATICA (primo modulo) - 25 luglio 2005

COGNOME **NOME**

matricola **Firma**

GIUSTIFICARE ADEGUATAMENTE TUTTI I PASSAGGI

1)

Data la successione

$$a_n = \left[\arctan(n) + \arctan\left(\frac{1}{n}\right) \right] \cdot [\log(n^2 - 1) - \log(1 + n)] \quad , \quad n \geq 2$$

- a) stabilire se sia (almeno definitivamente) monotona;
- b) stabilire, prima del calcolo diretto, se esista il limite della successione e perché;
- c) calcolare $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$;
- d) determinare l'estremo inferiore e superiore dell'insieme dei valori a_n ;
- e) (FAC.) stabilire il valore di

$$b_n = \left[\arctan(n) + \arctan\left(\frac{1}{n}\right) \right]$$

per ogni valore di n .

2)

Calcolare le radici quinte del numero complesso

$$z = -\frac{2}{3} + i\frac{2}{3\sqrt{3}} \quad .$$

Determinare, inoltre, la forma algebrica della radice fondamentale ($k = 0$).

3)

Stabilire gli insiemi di definizione, di continuità e di derivabilità della funzione

$$f(x) = e^{|x^2 - 3x - 4|} \quad .$$

4)

Studiare massimi e minimi, relativi e assoluti, della funzione del precedente esercizio nell'intervallo $[0, 5]$.

**CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA PER L'AMBIENTE E IL TERRITORIO
SEDE DISTACCATA DI LATINA - a.a. 2004/2005**

prova scritta di ANALISI MATEMATICA (secondo modulo) - 25 luglio 2005

COGNOME **NOME**

matricola **Firma**

GIUSTIFICARE ADEGUATAMENTE TUTTI I PASSAGGI

1)

Determinare gli insiemi di definizione e di continuità della funzione di due variabili

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{[\cos(x+y)] \cdot (x+y)^4}{[2-\cos(xy)] \cdot (x^2+y^2)} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0) \end{cases} .$$

2)

Determinare eventuali massimi e minimi, relativi e assoluti, della funzione

$$f(x, y) = \log(1 + x^2 + y^2) + x + y$$

nel cerchio chiuso di centro l'origine e di raggio r .

Gli argomenti θ dei punti di massimo e di minimo assoluti dipendono dal valore di r ?

I valori del massimo e del minimo assoluto dipendono da r ?

FAC.: tra tutti i cerchi di centro l'origine e raggio r , determinare, se esistono, quelli in cui il valore di massimo (minimo) assoluto assume rispettivamente il valore più grande e il più piccolo possibile.

3)

Una volta determinato l'integrale generale dell'equazione differenziale

$$y'' + 6y' + 9y = \cos x ,$$

stabilire

a) se esistano soluzioni tali che $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y(x) = 0$;

b) se esistano soluzioni limitate su tutto l'asse reale.

4)

Calcolare

$$\int \int_T \frac{y}{x} \cdot \frac{1}{1 + x^2 + y^2} dx dy ,$$

dove

$$T = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \geq y \geq 0 , x^2 + y^2 \leq 2\} .$$

**CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA PER L'AMBIENTE E IL TERRITORIO
SEDE DISTACCATA DI LATINA - a.a. 2004/2005**

prova di teoria scritta di ANALISI MATEMATICA (primo modulo) - 25 luglio 2005

COGNOME **NOME**

matricola **Firma**

GIUSTIFICARE ADEGUATAMENTE TUTTI I PASSAGGI

1)

Definizioni ed esempi dei vari tipi di asintoti.

Applicazione: dato il quoziente $\frac{P_n(x)}{Q_m(x)}$ di due polinomi di grado generico, quando si hanno asintoti verticali e/o orizzontali e/o obliqui?

2)

Definizione di serie numerica.

Definizione di serie a termini di segno alterno.

Criteri di convergenza per serie a termini di segno alterno.

Applicazione: per quali valori del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$ la serie armonica generalizzata di segno alterno

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{n^\alpha}$$

converge assolutamente e/o semplicemente?

**CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA PER L'AMBIENTE E IL TERRITORIO
SEDE DISTACCATA DI LATINA - a.a. 2004/2005**

prova di teoria scritta di ANALISI MATEMATICA (secondo modulo) - 25 luglio 2005

COGNOME **NOME**

matricola **Firma**

GIUSTIFICARE ADEGUATAMENTE TUTTI I PASSAGGI

1)

I due Teoremi Fondamentali del Calcolo Integrale, con almeno una dimostrazione.

2)

Definizione di curva, di curva chiusa, di curva semplice, di curva continua, di curva regolare.

Applicazione: per quale dei seguenti intervalli di variazione del parametro t

$$[0, \pi] \quad ; \quad [-\pi, \pi] \quad ; \quad \left[0, \frac{3}{2}\pi\right]$$

la curva

$$\begin{cases} x(t) = \cos^2 t - \sin^2 t \\ y(t) = 2 \cos t \sin t \end{cases}$$

risulta **a)** continua; **b)** chiusa; **c)** semplice; **d)** regolare?