CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA PER L'AMBIENTE E IL TERRITORIO
SEDE DISTACCATA DI LATINA - a.a. 2005/2006
prova scritta di ANALISI MATEMATICA (primo modulo) - 26 luglio 2006

COGNOME .... **NOME** ....

matricola .... **Firma** ....

GIUSTIFICARE <u>ADEGUATAMENTE</u> TUTTI I PASSAGGI

1)

Esprimere in forma esponenziale, trigonometrica e cartesiana il numero complesso

$$\left(\frac{1+\sqrt{3}i}{1-\sqrt{3}i}\right)^{10} .$$

2)

Studiare il carattere della successione

$$a_n = \left(1 - \frac{1}{n^\alpha}\right)^n$$

al variare di $\alpha \in I\!R^+$.

3)

Determinare eventuali estremi inferiore e superiore, massimo e minimo assoluti della funzione

$$f(x) = (x+1)e^{-x^2}$$

nell'intervallo $(-\infty, 0]$.

4)

Calcolare il limite

$$\lim_{x\to 0} \frac{\sin x + 2\log\left(1-\frac{x}{2}\right)}{x^2} .$$

Determinare, di conseguenza, l'ordine di infinitesimo della funzione

$$f(x) = \sin x + 2\log\left(1 - \frac{x}{2}\right)$$

in $x = 0$.

CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA PER L'AMBIENTE E IL TERRITORIO
SEDE DISTACCATA DI LATINA - a.a. 2005/2006
prova scritta di ANALISI MATEMATICA (secondo modulo) - 26 luglio 2006

COGNOME .... **NOME** ....

matricola .... **Firma** ....

GIUSTIFICARE ADEGUATAMENTE TUTTI I PASSAGGI

1) Dati i Problemi di Cauchy

$$\begin{cases} y' = \sqrt{1-y} \\ y(0) = 0 \end{cases} \quad ; \quad \begin{cases} y' = \sqrt{1-y} \\ y(0) = -1 \end{cases} ,$$

stabilire *a priori* se ammettano esistenza e unicità (locale o globale) della soluzione e, in seguito, determinarne le soluzioni.

2) Dato l'integrale improprio

$$\int_1^{+\infty} \frac{1}{x^2} \sin\left(\frac{1}{x}\right)\, dx ,$$

a) stabilire se esso converge, per mezzo dei criteri di integrabilità (si ponga la massima attenzione al segno della funzione integranda!);
b) calcolarlo esplicitamente.

3) Sfruttando il Teorema di Torricelli, determinare la lunghezza della curva di equazioni parametriche

$$\begin{cases} x(t) = \int_1^t \frac{\cos\tau}{\tau}\, d\tau \\ y(t) = \int_1^t \frac{\sin\tau}{\tau}\, d\tau \end{cases}$$

nell'intervallo $\left[1, \frac{\pi}{2}\right]$.

4) Determinare quanti punti $(0, y) \in I\!R^2$ appartengano al grafico della curva di equazione

$$f(x,y) = e^{xy} - (1+x)y^2 = 0 .$$

In corrispondenza di tali punti verificare se la curva definisca implicitamente il grafico di una funzione $y = g(x)$ in un intorno di $x = 0$.

Determinare quali di queste funzioni ammettano un punto stazionario in $x = 0$.

FAC.: determinare quali di queste funzioni ammettano un massimo in $x = 0$.