

**CORSO DI LAUREA IN ING. INFORMAZIONE**  
**CORSO DI LAUREA IN ING. AMBIENTALE E INDUSTRIALE**  
**SEDE DIDATTICA DI LATINA - a.a. 2020/2021**  
prova scritta di ANALISI MATEMATICA 1 - 1 luglio 2021

COGNOME ..... NOME ..... matricola .....  
corso di laurea IN ING. .... **TEORIA ORALE O SCRITTA?** .....  
**DATE DISPONIBILI PER LA TEORIA** .....  
**DATE NON DISPONIBILI PER LA TEORIA** .....  
**PORTA LE EDO IN ANALISI 1?** .....

**GIUSTIFICARE ADEGUATAMENTE TUTTI I PASSAGGI**

**1)** (11 punti)  
Data la funzione

$$f(x) = \frac{1 - \ln x}{1 + \ln x},$$

determinarne l'insieme di definizione, il segno, le intersezioni con gli assi, gli eventuali asintoti, gli intervalli di monotonia, gli eventuali massimi e minimi.

**2)** (6 punti)  
Data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x - x}{x^2} & \text{se } x > 0 \\ \frac{1}{6} \ln(1 - x) & \text{se } x \leq 0 \end{cases},$$

stabilire se sia continua e derivabile in  $x = 0$ .

**3)** (5,5 punti)  
Determinare le soluzioni dell'equazione

$$z^6 - 7z^3 - 8 = 0, \quad z \in \mathbf{C},$$

rappresentandole nel piano di Gauss.

**4)** (6,5 punti)  
Studiare il carattere della successione

$$a_n = \arctan \left( \sqrt{1 + \frac{1}{n^\alpha}} - 1 \right); \quad n \geq 1$$

e della serie ad essa associata, al variare di  $\alpha \in \mathbb{R}$ .

**5)** (6 punti)  
Calcolare l'integrale improprio

$$\int_0^{+\infty} \frac{x^9}{(1+x^5)^3} dx.$$

**5bis)** (6 punti)

Dopo avere verificato l'esistenza e unicità della soluzione (globale o locale? perché?), risolvere il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y''(x) = \frac{y'}{x} + x \\ y(-1) = y'(-1) = 0 \end{cases} .$$