

SVOLGIMENTI PROVA ESONERO  
di ANALISI I del 11/11/21.

COMPITO B

1)  $\arctg x$  è monotona strettamente crescente,  
quindi  $\arctg\left(\frac{1}{n^2}\right)$  è DECRESCENTE.

$n+3$  è strettamente crescente.

$$\arctg\left(\frac{1}{n^2}\right) > 0; \quad n+3 > 0$$

$\Rightarrow a_n$  è strettamente decrescente.

$$\begin{aligned} 2) \quad f(x) &= \left[ \frac{\operatorname{sen}\left(\frac{1}{x^2}\right) \operatorname{sen} x}{(x^2-2) - (x^2+2)} \right] (\sqrt{x^2-2} + \sqrt{x^2+2}) \\ &= \frac{\operatorname{sen}\left(\frac{1}{x^2}\right) [\sqrt{x^2-2} + \sqrt{x^2+2}]}{-4} \cdot \operatorname{sen} x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Ma } \operatorname{sen}\left(\frac{1}{x^2}\right) [\sqrt{x^2-2} + \sqrt{x^2+2}] &\underset{x \rightarrow +\infty}{\sim} \frac{1}{x^2} [2\sqrt{x^2}] \\ &= \frac{1}{x^2} 2|x| = \frac{2x}{x^2} = \frac{2}{x} \quad (\text{perché } x > 0 \\ &\quad \text{definitivamente}) \end{aligned}$$

$$\Rightarrow f(x) = g(x) \cdot h(x)$$

$$\text{con } g(x) \sim \frac{2}{x} \rightarrow 0 \quad \text{e} \quad h(x) = \frac{\operatorname{sen} x}{-4} \quad \text{LIMITA TA}$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$$

$$3) |z| = i - 2i \bar{z}$$

$$\sqrt{a^2 + b^2} = i - 2i(a - ib) = -2b + i(1 - 2a)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sqrt{a^2 + b^2} = -2b \\ 1 - 2a = 0 \end{cases} \Rightarrow \underline{b \leq 0}$$

Elevarlo al cuadrado

$$\begin{cases} a^2 + b^2 = 4b^2 \\ b \leq 0 \\ a = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 3b^2 = \frac{1}{4} \\ b \leq 0 \\ a = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = -\frac{1}{2\sqrt{3}} \\ a = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \underline{z = \frac{1}{2} - i \frac{1}{2\sqrt{3}}}$$

# COMPITO A

$$1) f(x) = \frac{e^{\frac{1}{x}} - 1}{\operatorname{tg}\left(\frac{1}{x}\right)} \cdot \ln(1+x)$$

$$\frac{e^{\frac{1}{x}} - 1}{\operatorname{tg}\left(\frac{1}{x}\right)} \underset{x \rightarrow +\infty}{\sim} \frac{\frac{1}{x}}{\frac{1}{x}} = 1 \xrightarrow{x \rightarrow +\infty} 1$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \ln(1+x) = +\infty.$$

$$2) |\bar{z}| = -2z - i$$

$$\sqrt{a^2 + b^2} = -2(a+ib) - i$$

$$\begin{cases} \sqrt{a^2 + b^2} = -2a & \Rightarrow a \leq 0 \\ -2b - 1 = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a^2 + b^2 = 4a^2 \\ a \leq 0 \\ b = -\frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3a^2 = \frac{1}{4} \\ b = -\frac{1}{2} \\ a \leq 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow a = -\frac{1}{2\sqrt{3}}; b = -\frac{1}{2} \Rightarrow z = -\frac{1}{2\sqrt{3}} - i\frac{1}{2}$$

3)  $\sin x$  è <sup>strett.</sup> crescente per  $x \in [0, \frac{\pi}{2}]$

$\Rightarrow \sin \frac{1}{n}$  è <sup>strett.</sup> DECRESCENTE per  $n \geq 1$

$n^2 + 2$  è <sup>strett.</sup> crescente

$\sin \frac{1}{n} > 0$ ;  $n^2 + 2 > 0 \Rightarrow a_n$  è STRETT.  
DECRESCENTE