

Foglio di esercizi 4 - 12 Aprile 2019
Probabilità e statistica – Ingegneria Meccanica
Alessandro Ciallella

Esercizio 1. Un punto viene scelto a caso uniformemente nel cerchio di raggio 3 centrato nell'origine. Dette (X, Y) le coordinate del punto, scrivere la densità congiunta di X e Y e calcolare le densità marginali. X e Y sono indipendenti? Qual è la probabilità p_1 che il punto disti dall'origine per più di r con $0 < r < 3$? Qual è in media la distanza del punto dall'origine?

Esercizio 2. Sia (X, Y) un vettore aleatorio con densità congiunta

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{1}{y} e^{-(\frac{x}{y} + y)}, & x > 0, y > 0 \\ 0 & \text{altrove} \end{cases}$$

Calcolare la densità marginale di Y , il valore atteso di Y , la densità di X condizionato a $Y = y$ (per $y > 0$).

Esercizio 3. Sia (X, Y) un vettore aleatorio con densità congiunta

$$f(x, y) = \begin{cases} kx^2y, & (x, y) \in T \\ 0 & \text{altrove} \end{cases}$$

essendo T il triangolo di vertici $(0, 0)$, $(1, 2)$, $(1, 0)$. Determinare la costante k e le densità marginali di X e di Y . X ed Y sono indipendenti? Perché?

Esercizio 4. Un uomo di 50 anni deve ricevere un rimborso da un ente pubblico. Il tempo T (espresso in anni) di disbrigo delle innumerevoli pratiche burocratiche ha distribuzione esponenziale con valore medio pari a 15. La durata X della vita dell'uomo (espressa in anni) ha la seguente distribuzione:

$$f_X(x) = \begin{cases} \lambda_x e^{-\lambda_x(x-50)} & \text{per } x > 50 \\ 0 & \text{per } x \leq 50 \end{cases}$$

dove λ_x è pari a $\frac{1}{20}$.

Calcolare la probabilità γ che l'uomo muoia senza rivedere i propri soldi. (N.B. si supponga che X e T siano indipendenti).

Esercizio 5. Sia (X, Y) un vettore aleatorio con densità congiunta

$$f(x, y) = \begin{cases} 6e^{-(2x+3y)}, & x \geq 0, y \geq 0, \\ 0 & \text{altrove} \end{cases}$$

Stabilire se X ed Y sono indipendenti. Calcolare il valore atteso $\mathbb{E}(Y)$ di Y e la densità di probabilità di $Z = \frac{X}{Y}$.