

INTEGRALI

1. Determinare il dominio di definizione delle funzioni:

(a) $f(x) = \int_{-\frac{1}{2}}^x \sqrt{2+t^3} dt;$

(b) $f(x) = \int_x^2 \frac{1}{\log t} dt;$

(c) $f(x) = \int_{\frac{3}{\pi}}^x \frac{1}{\log t} dt;$

(d) $f(x) = \int_{\sqrt{2}}^x \frac{1}{1-e^{-t^2}} dt;$

(e) $f(x) = \int_x^{-4\pi} \frac{1}{1-e^{-t^2}} dt.$

2. Calcolare la derivata delle funzioni:

(a) $f(x) = \int_{-1}^{\sqrt[3]{x}} \sqrt{1+t^4} dt;$

(b) $f(x) = \int_{x^5}^2 \cos(t^2) dt;$

(c) $f(x) = \int_1^{\sqrt{x^2+1}} \frac{e^t}{t} dt;$

(d) $f(x) = \int_{\sin x}^{\log x} t^7 3^t dt;$

(e) $f(x) = \int_{e^{3x}}^{e^{x^2}} \frac{1}{\log t} dt.$

3. Calcolare gli integrali:

(a) $\int_{e^{-3}}^{e^{-2}} \frac{1}{x \log x} dx;$

(b) $\int_1^e x^{\sqrt{\pi}} \log x dx;$

(c) $\int_0^1 e^{\arcsen x} dx;$

$$(d) \int_{-\frac{1}{2}}^2 x \sqrt{|x^2 - 1|} dx;$$

$$(e) \int_{-1}^e e^{-x^3} x^5 dx;$$

$$(f) \int_{-1}^e e^{-x^3} |x|^5 dx;$$

$$(g) \int_0^1 |1 - 3x| e^{-2x} dx;$$

$$(h) \int_{-1}^0 x \sqrt[3]{e^x} dx.$$

4. Determinare la primitiva $F(x)$ della funzione $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x} \cos^2(\sqrt{x})}$ tale che

$$F\left(\frac{\pi^2}{9}\right) = \sqrt{3}.$$

5. Determinare la primitiva $F(x)$ della funzione $f(x) = \frac{x}{\sqrt{1-x^4}}$ tale che

$$F\left(\sqrt{\frac{\pi}{4}}\right) = \sqrt{2}.$$

6. Stabilire se le seguenti funzioni sono derivabili nel loro dominio naturale:

$$(a) f(x) = \int_{-e}^{|x-2|} \text{sen}(t^2) dt;$$

$$(b) f(x) = \int_{|3x-x^2|}^{2\sqrt{\pi}} e^{-t^2} dt.$$