

A partire dal 2013–14 il Corso di Meccanica Razionale è stato portato a 6 crediti. Gli studenti degli anni precedenti possono sostenere l'esame sul programma del loro anno di corso oppure sull'unione dei programmi di Meccanica Razionale e di Laboratorio di Meccanica Razionale. La prova scritta del corso di Meccanica Razionale è comune a tutti gli studenti.

Programma di massima

- A. Prerequisiti di algebra lineare [1, 5, 6] e richiami di geometria [1, 5, 6].
- B. Cinematica dell'elemento [1].
- C. Cinematica degli osservatori e moti relativi [1, 2].
- D. Leggi della meccanica [2, 10].
- E. Dinamica e statica dell'elemento [1, 11].
- F. Dinamica dei sistemi [1, 2].
- G. Dinamica dei sistemi olonomi: equazioni di Lagrange [1, 2].
- H. Statica dei sistemi olonomi: equilibrio e stabilità [1, 2].
- I. Sistemi meccanici conservativi unidimensionali [1, 7].
- J. Cinematica del corpo rigido: il moto e l'atto di moto [1, 2].
- K. Corpo rigido: geometria delle masse [1, 2].
- L. Dinamica e statica del corpo rigido: formalismo lagrangiano [1, 2].

Modalità di svolgimento dell'esame

L'esame consiste in una prova scritta e un colloquio orale. La prova scritta consta di problemi sui sistemi olonomi e sui sistemi rigidi. Il colloquio orale si svolge immediatamente dopo la correzione della prova scritta sulla base del calendario predisposto dal docente.

Durante la prova scritta non è possibile usare né appunti (scritti a mano, fotocopiati, stampati, etc.) di nessuna natura né dispositivi elettronici. Gli studenti possono consultare esclusivamente e brevemente le copie del libro di testo (o di eventuali altri testi usati per la preparazione dell'esame) preventivamente poste sulla cattedra.

Testi consigliati

- [1] Emilio N.M. Cirillo, “Appunti delle Lezioni di Meccanica Razionale per l’Ingegneria.” Edizioni CompoMat, 2015, Configni (Ri).
- [2] P. Benvenuti, P.G. Bordoni, G. Maschio, “Lezioni di Meccanica Razionale.” Edizioni CompoMat, 2010, Configni (Ri).

Testi suggeriti per eventuali approfondimenti

- [3] V.I. Arnold, “Metodi Matematici della Meccanica Classica.” Editori Riuniti, 1986.
- [4] P. Benvenuti, G. Maschio, “Esercizi di Meccanica Razionale.” Edizioni CompoMat, 2011, Configni (Ri).
- [5] A. Bichara, F. Dell’Isola, “Elementi di Algebra Tensoriale con Applicazioni alla Meccanica dei Solidi.” Società Editrice Esculapio, 2005, Bologna.
- [6] W.E. Deskins, “Abstract Algebra.” The MacMillian Company, 1964, New York.
- [7] G. Gallavotti, “Meccanica elementare.” Boringhieri, Torino, 1986.
- [8] H. Goldstein, C. Poole, J. Safko, “Meccanica Classica.” Zanichelli, 2005, Bologna.
- [9] L. Landau, E. Lifchitz, “Meccanica,” tomo 1 della collezione “Fisica Teorica.” Mir, 1964, Mosca.
- [10] T. Levi-Civita, U. Amaldi, “Lezioni di Meccanica Razionale.” Edizioni CompoMat, 2012, Configni (Ri).
- [11] M. Lo Schiavo, “Appunti di Meccanica Razionale.” Edizioni CompoMat, 2010, Configni (Ri).
- [12] E. Olivieri, “Appunti di Meccanica Razionale.” UniTor, 1991, Roma.
- [13] J.R. Taylor, “Meccanica Classica.” Zanichelli, 2006, Bologna.

Diario delle lezioni

Lezioni 1 – 4, ore effettive 1 – 3 (28 settembre 2016)

A. Richiami di algebra. Spazi vettoriali. Matrice del cambiamento di base. Spazi vettoriali pseudo-euclidei. Definizione, prodotto scalare, vettori ortogonali. Basi ortogonali e ortonormali. Cambiamento di basi tra basi ortonormali, matrici del gruppo $O(3)$ e del sottogruppo $SO(3)$. Orientazione positiva o levogira. Spazi vettoriali euclidei. Norma o modulo di un vettore, vettori paralleli, proiezione ortogonale di un vettore. Spazio vettoriale euclideo tridimensionale, prodotto vettoriale e vettori assiali.

Richiami sugli spazi affini. Sottospazi, riferimenti cartesiani, coordinate cartesiane, assi coordinati, piani coordinati. Spazi affini euclidei, distanza euclidea, semiretta, angolo convesso, funzione coseno e funzione seno, identità dell'uno trigonometrico, ampiezza dell'angolo, modulo del prodotto vettoriale, angoli orientati, coseni direttori.

D. Osservatore, posizione, moto, moti componenti, traiettoria, orbita, velocità, accelerazione, legge oraria. Sistema di particelle libere, richiami sulle leggi del moto per un sistema libero e isolato, leggi di Newton e principio di relatività galileano; sollecitazione interna. Sistema libero e non isolato; sollecitazione esterna. Equazione fondamentale della statica per sistemi liberi.

A. Curve nello spazio affine: curve regolari, vettore tangente, ascissa curvilinea, versore tangente.

Lezioni 5 – 8, ore effettive 4 – 6 (30 settembre 2016)

A. Curve rettilinee, curvatura, raggio di curvatura, versore normale principale. Curva piana, curva sghemba, piano osculatore e sua interpretazione geometrica. Versore binormale, triedro principale, torsione e sua interpretazione geometrica, formule di Frenet.

B. Rappresentazione intrinseca. Classificazione: moto rettilineo, moto piano, moto circolare, moto uniforme, moto uniformemente accelerato, moto vario. Esempi: moto del grave e moto armonico semplice, moto circolare, moto circolare uniforme, composizione di moti armonici, figure di Lassaïou. Problema della parabola di sicurezza.

Atlante, carta, coordinate curvilinee, coordinate cilindriche, rappresentazione cilindrica del moto.

Lezioni 9 – 12, ore effettive 7 – 9 (5 ottobre 2016)

B. Coordinate polari e rappresentazione polare del moto.

C. Trasformazione di coordinate euclidea, rotazione e traslazione. Angoli di Cardano e angoli di Eulero.

Lezioni 13 – 16, ore effettive 10 – 12 (7 ottobre 2016)

C. Moto di trascinamento, riferimento fisso e mobile, punto e vettore solidale. Velocità angolare, regola di trasformazione. Formule di Poisson, derivata di un vettore, esempi. Legge di composizione delle velocità angolari. Esempi e esercizi.

Lezioni 17 – 20, ore effettive 13 – 15 (12 ottobre 2016)

C. Classificazione dei moti di trascinamento. Quietè. Moto traslatorio, moto traslatorio uniforme, trasformazioni di Galileo. Moto sferico. Moto rotatorio. Condizioni necessarie e sufficienti per i diversi moti; equazione della trasformazione di coordinate associata ai riferimenti fisso e mobile. Applicazioni: velocità angolare di un moto sferico in termini degli angoli di Eulero e di Cardano.

Moto delle immagini dei punti solidali all'osservatore mobile: legge oraria, velocità e accelerazione. Moto assoluto e moto relativo di un elemento: relazione tra le equazioni componenti del moto assoluto e di quello relativo. Teorema del moto relativo, velocità di trascinamento, esempio del pick-up tangenziale. Teorema di Coriolis e accelerazione di

Coriolis. Esempio: moto dei pianeti relativo alla Terra; moto retrogrado. Esempio della ruota panoramica.

Lezioni 21 – 24, ore effettive 16 – 18 (14 ottobre 2016)

D. Moto rispetto a un osservatore non inerziale; sollecitazione fittizia, di trascinamento, di Coriolis e centrifuga. Esempi.

E. Elemento libero isolato e non isolato: elemento libero rispetto a un osservatore inerziale e rispetto a uno in moto rotatorio uniforme, moto in presenza di campi elettrici. Elemento libero isolato e non isolato: moto in presenza di campi elettrici e magnetici, elemento libero sulla superficie terrestre, peso, effetto della forza di Coriolis sulla caduta del grave, caduta libera rispetto a osservatori in caduta libera. Il problema delle maree, effetto del Sole e della Luna.

I. Sistemi meccanici conservativi unidimensionali, legge di conservazione.

Lezioni 25 – 28, ore effettive 19 – 21 (19 ottobre 2016)

I. Sistemi meccanici conservativi unidimensionali, piano delle fasi, orbita o traiettoria di fase, ritratto delle fasi, punti fissi o critici, stabilità dei punti fissi, formula di quadratura. Sistemi meccanici conservativi unidimensionali, analisi qualitativa, curve di livello dell'energia generalizzata, periodo delle orbite periodiche, separatrice, orbite asintotiche, omoclina ed eteroclina. Oscillatore lineare e pendolo, calcolo del periodo.

D. Vincoli di posizione e di mobilità. Sistema di elementi vincolato: reazione e sollecitazione vincolare. Equazione fondamentale della statica per sistemi vincolati.

Lezioni 29 – 32, ore effettive 22 – 24 (21 ottobre 2016)

D. Vincoli di posizione. Sistemi olonomi: coordinate lagrangiane, vincoli scleronomi, vincoli reonomi, gradi di libertà, coordinate lagrangiane essenziali, equazioni di vincolo.

Sistemi olonomi: spostamento possibile, spostamento effettivo, spostamento virtuale. Vincoli unilaterali: configurazioni ordinarie e di confine, spostamento possibile e virtuale. Vincoli anolonomi: vincolo integrabile e vincolo propriamente anolonomo. Velocità lagrangiane.

Modelli di vincolo. Vincolo ideale: lavoro elementare possibile, lavoro elementare virtuale, componenti lagrangiane della sollecitazione, lavoro elementare effettivo. Appoggio e appartenenza di un elemento a una superficie: coefficiente di attrito statico e dinamico, legge di Coulomb–Morin.

E. Elemento vincolato: guida liscia e scabra, guida rettilinea scabra orizzontale. Guida rettilinea scabra inclinata.

Lezioni 33 – 36, ore effettive 25 – 27 (26 ottobre 2016)

F. Quantità di moto, momento della quantità di moto o momento angolare, energia cinetica. Centro di massa, moto del centro di massa, velocità e accelerazione del centro di massa. Osservatore del centro di massa, legame tra le grandezze cinematiche del moto assoluto del sistema e del moto relativo all'osservatore del centro di massa. Equazioni

globali della dinamica dei sistemi, leggi di conservazione per i sistemi isolati e liberi, sollecitazione autonoma, teorema del centro di massa. Seconda equazione globale con polo mobile.

E. Pendolo semplice, pendolo cicloidale. Elemento appoggiato a una superficie liscia e scabra: superficie piana in moto rispetto a un osservatore terrestre, statica su superficie sferica liscia e scabra, statica dell'elemento appoggiato a una superficie sferica scabra. Oscillatore armonico smorzato, forzato e risonanza.

Lezioni 37 – 40, ore effettive 28 – 30 (28 ottobre 2016)

E. Pendolo sferico: problema del distacco.

G. Sistema olonomo a vincoli perfetti: velocità, accelerazione ed energia cinetica in termini delle coordinate lagrangiane, matrice di massa e relative proprietà. Definizione di momento coniugato. Equazione simbolica della dinamica e prima forma delle equazioni di Lagrange. Seconda forma delle equazioni di Lagrange e loro sufficienza per la descrizione dei moti del sistema olonomo a vincoli perfetti. Esempi: pendolo semplice e pendolo sferico, analisi qualitativa, calcolo della forza vincolare.

Lezioni 41 – 44, ore effettive 31 – 33 (2 novembre 2016)

G. Sistemi olonomi conservativi. Sollecitazioni conservative in senso lagrangiano, energia potenziale lagrangiana, equazioni di Lagrange per i sistemi olonomi conservativi. sollecitazioni a lavoro virtuale nullo, sollecitazioni posizionali, sollecitazioni conservative in senso proprio. Energia potenziale di una sollecitazione conservativa in senso proprio. Esempi: sollecitazione elastica esterna e interna, sollecitazione peso e sollecitazione centrifuga.

Definizione di momento coniugato, energia meccanica generalizzata ed energia meccanica totale. Relazione tra energia e energia generalizzata; variazione dell'energia generalizzata lungo i moti naturali. Integrali primi: momenti coniugati, energia meccanica generalizzata ed energia meccanica totale. Esempio: pendolo sferico, analisi qualitativa, moti particolari, calcolo della forza vincolare, problema del distacco.

Lezioni 45 – 48, ore effettive 34 – 36 (4 novembre 2016)

H. Statica dei sistemi olonomi: principio dei lavori virtuali. Statica di sistemi olonomi a vincoli scleronomi: caso dei sistemi olonomi conservativi. Stabilità dell'equilibrio: definizione di equilibrio stabile e instabile, teorema di Dirichelet–Lagrange (senza dimostrazione), teorema di Liapunov (senza dimostrazione). Esempi: moto del pendolo sottoposto all'azione di una forza elastica. Esempi: moto del pendolo rotante rispetto all'osservatore terrestre e a quello non inerziale. Diagrammi di stabilità e biforcazione.

Lezioni 49 – 52, ore effettive 37 – 39 (9 novembre 2016)

J. Corpo rigido, riferimento solidale, elemento, retta, piano solidale, rappresentazione cartesiana, numero di gradi di libertà, velocità angolare, velocità del generico elemento. Esempio: disco vincolato a un piano. Classificazione dei moti rigidi: traslatorio, sferico e rotatorio. Proprietà. Atto di moto rigido, formula fondamentale della cinematica rigida,

trinomio invariante. Classificazione dell'atto di moto rigido: traslatorio e rotatorio. Asse istantaneo di rotazione. Teorema di Mozzi e asse di Mozzi.

Lezioni 53 – 56, ore effettive 40 – 42 (11 novembre 2016)

J. Moto rigido di contatto, velocità di strisciamento, atto di moto senza strisciamento, di puro rotolamento e di imperniamento. Velocità assoluta e relativa del punto di contatto. Vincolo di assenza di strisciamento come vincolo anolonomo integrabile e non integrabile. Esempi: ruota sulla rotaia rettilinea, ruota sulla rotaia circolare.

Esempi moto con assenza di strisciamento: sfera appoggiata sul piano, cilindro appoggiato su un piano e cono appoggiato su un piano. Moto rigido piano: definizione. Proprietà dell'atto di moto rigido di un moto rigido piano. Moto rigido piano: centro di istantanea rotazione. Teorema di Chasles. Base e rulletta, moto rigido piano come moto rigido di contatto. L'ellissografo.

K. Centro di massa di un corpo rigido, proprietà di ubicazione, corpi forati. Momento d'inerzia di un corpo rigido, Teorema di Huygens.

Lezioni 57 – 60, ore effettive 43 – 45 (16 novembre 2016)

K. Momento d'inerzia di un corpo rigido, proprietà di additività e corpi forati. Matrice d'inerzia, prodotti d'inerzia, tensore d'inerzia, diagonalizzazione del tensore d'inerzia, riferimento, assi e momenti principali d'inerzia, riferimento, assi e momenti centrali d'inerzia, corpi a simmetria sferica, corpi a simmetria cilindrica o giroscopica, matrice d'inerzia per i corpi piani, proprietà di simmetria della distribuzione della massa e assi principali d'inerzia, ellissoide d'inerzia. Energia cinetica di un corpo in moto rigido; esempi: cilindro che rotola senza strisciare e cono che rotola senza strisciare. Energia cinetica e momento totale della quantità di moto di un corpo rigido in moto sferico.

Lezioni 61 – 64, ore effettive 46 – 48 (18 novembre 2016)

L. Esempi di applicazione del formalismo lagrangiano ai sistemi rigidi. Modelli di vincolo perfetto per i sistemi rigidi: rotolamento senza strisciamento, appoggio liscio, giunto ideale, cerniera ideale e collare cilindrico. Moto rotatorio di un corpo rigido pesante sottoposto a una forza elastica rispetto a un osservatore terrestre e a uno non inerziale, moto rotatorio di un corpo rigido pesante sottoposto a una coppia costante, moto di una sbaretta pesante vincolata mediante uno snodo liscio e sottoposta all'azione di una forza elastica, moto del bipendolo, moto di puro rotolamento di un cilindro rispetto a un osservatore terrestre e rispetto a un osservatore non inerziale, sistemi con sollecitazioni dipendenti dal tempo.