

### Programma di massima

- A. Prerequisiti di algebra lineare [1, 5, 6] e richiami di geometria [1, 5, 6].
- B. Cinematica degli osservatori e moti relativi [1, 2].
- C. Leggi della meccanica [2, 10].
- D. Cenni di dinamica e statica dell'elemento [1, 11].
- E. Sistemi conservativi unidimensionali: ritratto di fase e diagramma di stabilità [1, 7].
- F. Dinamica dei sistemi [1, 2].
- G. Dinamica dei sistemi olonomi: equazioni di Lagrange [1, 2].
- H. Statica dei sistemi olonomi: equilibrio e stabilità [1, 2].
  - I. Sistemi oscillanti [1, 2].
- J. Cinematica del corpo rigido: il moto e l'atto di moto [1, 2].
- K. Corpo rigido: geometria delle masse [1, 2].
- L. Dinamica e statica del corpo rigido: formalismo lagrangiano [1, 2].

### Modalità di svolgimento dell'esame

L'esame consiste in una prova scritta e un colloquio orale. La prova scritta consta di problemi sui sistemi olonomi e sui sistemi rigidi. Il colloquio orale si svolge immediatamente dopo la correzione della prova scritta sulla base del calendario predisposto dal docente.

Durante la prova scritta non è possibile usare né appunti (scritti a mano, fotocopiati, stampati, etc.) di nessuna natura né dispositivi elettronici. Gli studenti possono consultare esclusivamente e brevemente le copie del libro di testo (o di eventuali altri testi usati per la preparazione dell'esame) preventivamente poste sulla cattedra.

### Testi consigliati

- [1] Emilio N.M. Cirillo, “Appunti delle Lezioni di Meccanica Razionale per l'Ingegneria.” Edizioni CompoMat, 2018, Configni (Ri).
- [2] P. Benvenuti, P.G. Bordoni, G. Maschio, “Lezioni di Meccanica Razionale.” Edizioni CompoMat, 2010, Configni (Ri).

## Testi suggeriti per eventuali approfondimenti

- [3] V.I. Arnold, “Metodi Matematici della Meccanica Classica.” Editori Riuniti, 1986.
- [4] P. Benvenuti, G. Maschio, “Esercizi di Meccanica Razionale.” Edizioni CompoMat, 2011, Configni (Ri).
- [5] A. Bichara, F. Dell’Isola, “Elementi di Algebra Tensoriale con Applicazioni alla Meccanica dei Solidi.” Società Editrice Esculapio, 2005, Bologna.
- [6] W.E. Deskins, “Abstract Algebra.” The MacMillian Company, 1964, New York.
- [7] G. Gallavotti, “Meccanica elementare.” Boringhieri, Torino, 1986.
- [8] H. Goldstein, C. Poole, J. Safko, “Meccanica Classica.” Zanichelli, 2005, Bologna.
- [9] L. Landau, E. Lifchitz, “Meccanica,” tomo 1 della collezione “Fisica Teorica.” Mir, 1964, Mosca.
- [10] T. Levi–Civita, U. Amaldi, “Lezioni di Meccanica Razionale.” Edizioni CompoMat, 2012, Configni (Ri).
- [11] M. Lo Schiavo, “Appunti di Meccanica Razionale.” Edizioni CompoMat, 2010, Configni (Ri).
- [12] E. Olivieri, “Appunti di Meccanica Razionale.” UniTor, 1991, Roma.
- [13] J.R. Taylor, “Meccanica Classica.” Zanichelli, 2006, Bologna.

## Diario delle lezioni

Lezioni 1 – 4, ore effettive 1 – 4 (25 settembre 2018)

**A.** Richiami di algebra. Gruppo, spazi vettoriali, sottospazio lineare. Sistemi di vettori indipendenti, basi e coordinate controvarianti. Spazi pseudo-euclidei. spazi euclidei, prodotto scalare, norma o modulo, componenti covarianti, basi ortonormali, cambiamento di base tra basi ortonormali, matrici del gruppo  $O(3)$  e del sottogruppo  $SO(3)$ . Orientazione positiva o levogira. Prodotto vettoriale e vettori assiali.

Spazio affine o puntuale euclideo, sottospazi, rette e piani, riferimenti cartesiani, coordinate cartesiane, assi coordinati, piani coordinati, distanza euclidea, semiretta, angolo convesso, funzione coseno e funzione seno, identità dell’uno trigonometrico, ampiezza dell’angolo, modulo del prodotto vettoriale, angoli orientati, coseni direttori.

Omomorfismi e isomorfismi tra strutture algebriche. Applicazioni lineari, isomorfismi e isometrie tra spazi vettoriali. Isometrie tra spazi puntuali euclidei.

Lezioni 5 – 8, ore effettive 5 – 8 (27 settembre 2018)

**A.** Curve nello spazio puntuale euclideo, curve regolari, vettore tangente, ascissa curvilinea, versore tangente, parametrizzazione con ascissa curvilinea e esempi. Curve rettilinee, curvatura, raggio di curvatura, versore normale principale. Curva piana, curva sghemba, piano osculatore e sua interpretazione geometrica. Versore binormale, triedro principale, torsione e sua interpretazione geometrica, formule di Frenet. Esempi.

Atlante, carta, coordinate curvilinee, coordinate cilindriche, rappresentazione cilindrica del moto.

Lezioni 9 – 12, ore effettive 9 – 12 (2 ottobre 2018)

**C.** Osservatore, posizione, moto, moti componenti, traiettoria, orbita, velocità, accelerazione, legge oraria. Rappresentazione cilindrica, polare e intrinseca. Classificazione dei moti: rettilineo, piano, circolare, uniforme, uniformemente accelerato, vario. Esempi: moto del grave e moto armonico semplice, moto circolare, moto circolare uniforme, composizione di moti armonici, figure di Lissajous. Problema della parabola di sicurezza.

Sistema di particelle libere, richiami sulle leggi del moto per un sistema libero e isolato, leggi di Newton e principio di relatività galileiano; sollecitazione interna. Sistema libero e non isolato; sollecitazione esterna. Equazione fondamentale della statica per sistemi liberi.

**B.** Trasformazione di coordinate cartesiane, rotazione e traslazione.

Lezioni 13 – 16, ore effettive 13 – 16 (4 ottobre 2018)

**B.** Esempi di trasformazione di coordinate cartesiane. Angoli di Cardano e angoli di Eulero.

Moto di trascinamento, riferimento fisso e mobile, punto e vettore solidale. Velocità angolare e Formule di Poisson.

Lezioni 17 – 20, ore effettive 17 – 20 (9 ottobre 2018)

**B.** Derivata di un vettore, esempi. Legge di composizione delle velocità angolari. Esempi e esercizi. Classificazione dei moti di trascinamento. Quietè. Moto traslatorio, moto traslatorio uniforme. Esempi di moto traslatorio, trasformazioni di Galileo. Moto sferico. Moto rotatorio. Condizioni necessarie e sufficienti per i diversi moti; equazione della trasformazione di coordinate associata ai riferimenti fisso e mobile. Composizione delle velocità angolari: velocità angolare di un moto sferico in termini degli angoli di Eulero e di Cardano.

Lezioni 21 – 24, ore effettive 21 – 24 (11 ottobre 2018)

**B.** Moto delle immagini dei punti solidali all'osservatore mobile: legge oraria, velocità e accelerazione. Moto assoluto e moto relativo di un elemento: relazione tra le equazioni componenti del moto assoluto e di quello relativo.

Teorema del moto relativo, velocità di trascinamento, esempio del pick-up tangenziale. Teorema di Coriolis e accelerazione di Coriolis. Esempio: moto dei pianeti relativo alla Terra; moto retrogrado. Esempio della ruota panoramica.

**C.** Moto rispetto a un osservatore non inerziale; sollecitazione fittizia, di trascinamento, di Coriolis e centrifuga. Esempi.

**E.** Sistemi meccanici conservativi unidimensionali, legge di conservazione, piano delle fasi, orbita o traiettoria di fase, ritratto delle fasi.

Lezioni 25 – 28, ore effettive 25 – 28 (16 ottobre 2018)

**E.** Sistemi meccanici conservativi unidimensionali, punti fissi o critici, stabilità dei punti fissi, formula di quadratura. Sistemi meccanici conservativi unidimensionali, analisi qualitativa, curve di livello dell'energia generalizzata, periodo delle orbite periodiche, separatrice, orbite asintotiche, omoclina ed eteroclina. Oscillatore lineare e pendolo, calcolo del periodo.

**C.** Vincoli di posizione e di mobilità. Esempi. Sistema di elementi vincolato: reazione e sollecitazione vincolare. Equazione fondamentale della statica per sistemi vincolati. Vincoli di posizione. Sistemi olonomi: coordinate lagrangiane, vincoli scleronomi, vincoli reonomi, gradi di libertà, coordinate lagrangiane essenziali, equazioni di vincolo.

Lezioni 29 – 32, ore effettive 29 – 32 (18 ottobre 2018)

**C.** Sistemi olonomi: spostamento possibile, spostamento effettivo, spostamento virtuale. Vincoli unilaterali: configurazioni ordinarie e di confine, spostamento possibile e virtuale. Vincoli anolonomi: vincolo integrabile e vincolo propriamente anolonomo. Velocità lagrangiane.

Modelli di vincolo. Vincolo ideale: lavoro elementare possibile, lavoro elementare virtuale, componenti lagrangiane della sollecitazione, lavoro elementare effettivo. Appoggio e appartenenza di un elemento a una superficie: coefficiente di attrito statico e dinamico, legge di Coulomb–Morin.

**F.** Quantità di moto, momento della quantità di moto o momento angolare, energia cinetica. Centro di massa, moto del centro di massa, velocità e accelerazione del centro di massa. Osservatore del centro di massa, legame tra le grandezze cinematiche del moto assoluto del sistema e del moto relativo all'osservatore del centro di massa. Teorema di König.

Lezioni 33 – 36, ore effettive 33 – 36 (23 ottobre 2018)

**F.** Equazioni globali della dinamica dei sistemi, leggi di conservazione per i sistemi isolati e liberi, sollecitazione autonoma, teorema del centro di massa. Seconda equazione globale con polo mobile.

**G.** Sistema olonomo a vincoli perfetti: velocità, accelerazione ed energia cinetica in termini delle coordinate lagrangiane, matrice di massa e proposizione sulle relative proprietà (senza dimostrazione). Equazione simbolica della dinamica e prima forma delle equazioni di Lagrange. Seconda forma delle equazioni di Lagrange e loro sufficienza per la descrizione dei moti del sistema olonomo a vincoli perfetti. Esempi: pendolo semplice e pendolo sferico, analisi qualitativa, calcolo della forza vincolare.

Lezioni 37 – 40, ore effettive 37 – 40 (25 ottobre 2018)

**G.** Sistemi olonomi conservativi. Energia potenziale lagrangiana, equazioni di Lagrange per i sistemi olonomi conservativi. sollecitazioni a lavoro virtuale nullo, sollecitazioni

posizionali, sollecitazioni conservative in senso proprio. Energia potenziale di una sollecitazione conservativa in senso proprio. Esempi: sollecitazione elastica esterna e interna, sollecitazione peso e sollecitazione centrifuga. Definizione di momento coniugato, energia meccanica generalizzata ed energia meccanica totale. Relazione tra energia e energia generalizzata; variazione dell'energia generalizzata lungo i moti naturali. Integrali primi: momenti coniugati, energia meccanica generalizzata ed energia meccanica totale.

Lezioni 41 – 44, ore effettive 41 – 44 (6 novembre 2018)

**G.** Esempio: pendolo sferico, analisi qualitativa, moti particolari, calcolo della forza vincolare, problema del distacco.

**H.** Statica dei sistemi olonomi: principio dei lavori virtuali. Statica di sistemi olonomi a vincoli scleronomi: caso dei sistemi olonomi conservativi. Stabilità dell'equilibrio: definizione di equilibrio stabile e instabile, teorema di Dirichelet–Lagrange (senza dimostrazione), teorema di Liapunov (senza dimostrazione). Esempi: moto del pendolo sottoposto all'azione di una forza elastica. Esempio: moto del pendolo rotante rispetto all'osservatore non inerziale.

Lezioni 45 – 48, ore effettive 45 – 48 (8 novembre 2018)

**H.** Esempi: moto del pendolo rotante rispetto all'osservatore terrestre e a quello non inerziale. Diagrammi di stabilità e biforcazione.

**J.** Corpo rigido, riferimento solidale, elemento, retta, piano solidale, rappresentazione cartesiana, numero di gradi di libertà, velocità angolare, velocità del generico elemento. Esempio: disco vincolato a un piano. Classificazione dei moti rigidi: traslatorio, sferico e rotatorio. Proprietà.

Atto di moto rigido, formula fondamentale della cinematica rigida, trinomio invariante. Classificazione dell'atto di moto rigido: traslatorio e rotatorio. Asse istantaneo di rotazione. Teorema di Mozzi e asse di Mozzi.

Lezioni 49 – 52, ore effettive 49 – 52 (15 novembre 2018)

**J.** Moto rigido di contatto, velocità di strisciamento, atto di moto senza strisciamento, di puro rotolamento e di imperniamento. Velocità assoluta e relativa del punto di contatto.

Vincolo di assenza di strisciamento come vincolo anolonomo integrabile e non integrabile. Esempi: ruota sulla rotaia rettilinea, ruota sulla rotaia circolare. Esempi moto con assenza di strisciamento: sfera appoggiata sul piano.

Esempi moto con assenza di strisciamento: cilindro appoggiato su un piano e cono appoggiato su un piano. Moto rigido piano: definizione. Proprietà dell'atto di moto rigido di un moto rigido piano. Moto rigido piano: centro di istantanea rotazione. Teorema di Chasles. Base e rulletta, moto rigido piano come moto rigido di contatto. L'ellissografo.

**K.** Centro di massa di un corpo rigido, proprietà di ubicazione, proprietà additiva. Esempi: sfera, cilindro e cono.

Lezioni 53 – 56, ore effettive 53 – 56 (22 novembre 2018)

**K.** Centro di massa di corpi forati. Momento d'inerzia di un corpo rigido, Teorema di Huygens, proprietà di additività e corpi forati.

Matrice d'inerzia, prodotti d'inerzia, tensore d'inerzia, diagonalizzazione del tensore d'inerzia, riferimento, assi e momenti principali e centrali d'inerzia, corpi a simmetria sferica, corpi a simmetria cilindrica o giroscopica, matrice d'inerzia per i corpi piani, proprietà di simmetria della distribuzione della massa e assi principali d'inerzia, ellissoide d'inerzia. Energia cinetica di un corpo in moto rigido; esempi: cilindro che rotola senza strisciare e cono che rotola senza strisciare. Energia cinetica e momento totale della quantità di moto di un corpo rigido in moto sferico.

Lezioni 57 – 60, ore effettive 57 – 60 (29 novembre 2018)

**L.** Esempi di applicazione del formalismo lagrangiano ai sistemi rigidi. Modelli di vincolo perfetto per i sistemi rigidi: rotolamento senza strisciamento, appoggio liscio, giunto ideale, cerniera ideale e collare cilindrico. Moto rotatorio di un corpo rigido pesante sottoposto a una forza elastica rispetto a un osservatore terrestre e a uno non inerziale, moto rotatorio di un corpo rigido pesante sottoposto a una coppia costante, moto di una sbaretta pesante vincolata mediante uno snodo liscio e sottoposta all'azione di una forza elastica, moto del bipendolo, moto di puro rotolamento di un cilindro rispetto a un osservatore terrestre e rispetto a un osservatore non inerziale, sistemi con sollecitazioni dipendenti dal tempo.

**I.** Piccole oscillazioni: lagrangiana ridotta dei piccoli moti e modi normali di oscillazione.